

# ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN VS. PSEUDOTIEMPO PARA UN POZO HORIZONTAL EN UN YACIMIENTO DE GAS NATURALMENTE FRACTURADO INCLUYENDO LOS EFECTOS DE PSEUDOTIEMPO MEDIANTE LA TÉCNICA *TDS*

## PRESSURE AND PRESSURE DERIVATE ANALYSIS VS. PSEUDOTIME FOR A HORIZONTAL GAS WELL IN A NATURALLY FRACTURED RESERVOIR USING THE *TDS* TECHNIQUE

Freddy Humberto Escobar Macualo\*  
Yhon Edison Mauricio Muñoz\*\*  
Wilson Manuel Cerquera\*\*\*

### Resumen

Anteriormente, se aplicó la metodología *TDS* para interpretar pruebas de presión en pozos horizontales que drenan formaciones homogéneas y heterogéneas usando el concepto de pseudopresión. Este trabajo extiende aún más la técnica *TDS* para considerar los efectos de cambios de compresibilidad y viscosidad de los gases incorporados en la función de pseudotiempo. Se presentan nuevas expresiones para determinar los parámetros de los yacimientos naturalmente fracturados que se aplicaron y verificaron con pruebas reales y sintéticas.

**Palabras clave:** pseudotiempo, técnica *TDS*, pozos horizontales, yacimiento de gas naturalmente fracturado.

### Abstract

Using the pseudopressure function, the *TDS* technique was formerly applied for pressure data interpretation in horizontal wells for homogeneous and heterogeneous formations. In this work, the *TDS* technique is further extended to account for gas viscosity and gas compressibility changes included in the pseudotime function. New expressions to estimate the naturally fractured reservoir parameters are presented and applied to actual and synthetic well data. The results were compared to those using the rigorous time. It was found more accuracy when using the pseudotime function.

**Key words:** pseudotime, *TDS* technique, horizontal wells, naturally fractured gas reservoir.

Artículo recibido: 03/02/2011 Aprobado: 25/03/2011

\* Doctor en Ingeniería de Petróleos. Profesor tiempo completo de la Facultad de Ingeniería, Universidad Surcolombiana. Correo electrónico: fescobar@usco.edu.co

\*\* Ingeniero de Petróleos. Ingeniero junior Cased-Hole Completion. Weatherford. Correo electrónico: mao2005201076@hotmail.com

\*\*\* Ingeniero de Petróleos. Ingeniero DAU. Petrotiger. Correo electrónico: wil-man@hotmail.es

## 1. Introducción

Los yacimientos naturalmente fracturados contribuyen con más de la mitad de las reservas de petróleo y gas en el mundo, por ello es de vital importancia desarrollar métodos que permitan caracterizarlos de forma correcta y adecuada.

Al-Hussainy (1966) introdujo un concepto muy importante para modelar el comportamiento del flujo gaseoso. Este se llamó la pseudopresión, que básicamente incorpora las variaciones de viscosidad y compresibilidad del gas en una sola función. Sin embargo, puesto que la función tiempo adimensional también incluye estos parámetros que son función de la presión a medida que transcurre el tiempo de prueba, Agarwal (1979) desarrolló la función de pseudotiempo para incluir dicha corrección en la función de tiempo adimensional. Además de Agarwal (1979), Lee & Holditch (1982) demostraron las ventajas de usar la función de pseudotiempo en pruebas de presión en formaciones apretadas.

Graham & Warwick (1984) propusieron una nueva formulación llamada tiempo escalado que es función única del tiempo en vez de una función que depende tanto de tiempo y posición como lo definió previamente Agarwal (1979). Ellos mostraron facilidad en los cálculos pero no proporcionaron ventajas prácticas de su aplicación en cuanto a pruebas de presión se refiere.

Otras aplicaciones que mostraron ventajas de la aplicación del pseudotiempo fueron presentadas por Spivey & Lee (1986) y Aminiam et al. (1991).

Escobar et al. (2007) aplicaron el concepto de pseudotiempo junto con la técnica TDS, Tiab (1993), demostrando el impacto en la estimación del área de drenaje cuando se usa tiempo riguroso.

Este trabajo está destinado a extender el trabajo de Gutiérrez et al. (2004 y 2006) para extender la técnica TDS incluyendo el efecto del pseudotiempo a fin de determinar con más exactitud las propiedades de los yacimientos de gas naturalmente fracturados drenados por pozos horizontales tales como permeabilidades en las tres direcciones, ancho del yacimiento, daños mecánico y geométricos, así como los parámetros característicos de los yacimientos heterogéneos como el coeficiente de almacenamiento adimensional y parámetro de flujo interporoso. La metodología desarrollada se aplicó satisfactoriamente en pruebas simuladas y reales.

## 2. Desarrollo matemático

### 2.1. Bases teóricas

Agarwal (1949), propuso la función de pseudotiempo como:

$$t_a = \int_{t_o}^t \frac{dt}{\mu(t)c_t(t)} \quad (1)$$

Donde la viscosidad y la compresibilidad total son función del tiempo. El pseudotiempo puede definirse en función de la presión, obteniéndose una nueva función, se expresa en unidades de, hr-psi/cp.

$$t_a(P) = \int_{p_o}^p \frac{(dt/dp)}{\mu(p)c_t(p)} dp \quad (2)$$

Donde  $\mu$  y  $c_t$  se hacen función de la presión. La compresibilidad total se define como:

$$c_t \cong s_g c_g + s_o c_o + s_w c_w + c_f \quad (3)$$

Para pozos de gas, la anterior ecuación puede aproximarse como:

$$c_t \cong s_g c_g \quad (4)$$

Empleando  $t_a(P)$  de la Ec. (2), tenemos el pseudotiempo adimensional:

$$t_{Da} = \left( \frac{0.0002637k}{\phi r_w^2} \right) t_a(P) \quad (5)$$

La pseudopresión adimensional y la derivada de presión adimensional respecto al pseudotiempo adimensional se aplicaron al modelo matemático y se expresan de la siguiente manera:

$$m_D(P) = \frac{k_y L_w \Delta m(P)}{1421,8 q_{sc} T} \quad (6)$$

$$t_{Da} * m'_D(P) = \frac{k_y L_w}{1421,8 q_{sc} T} (t_a(P) * \Delta m'(P)) \quad (7)$$

### 2.2. Expresiones de la técnica TDS

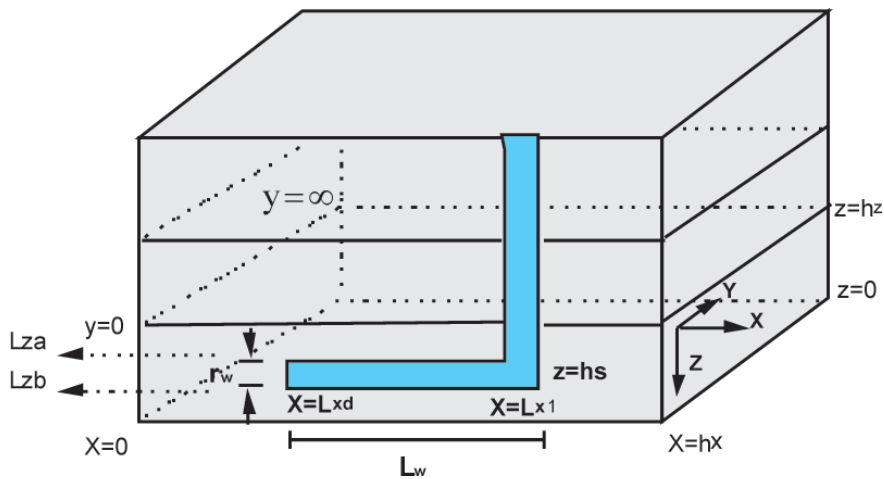
Los yacimientos fracturados están formados por dos elementos: matriz y fractura. El flujo de la matriz a la fractura se asume en estado pseudoestacionario. Sólo las fracturas alimentan el pozo horizontal. El yacimiento está

limitado en la dirección vertical por fronteras de no flujo y es infinito o semi infinito en el plano horizontal. El pozo horizontal está centralmente localizado y se asume que la caída de presión a través de éste es despreciable (conductividad infinita). Todas las fronteras del yacimiento, el pozo horizontal y las permeabilidades coinciden con las direcciones principales.

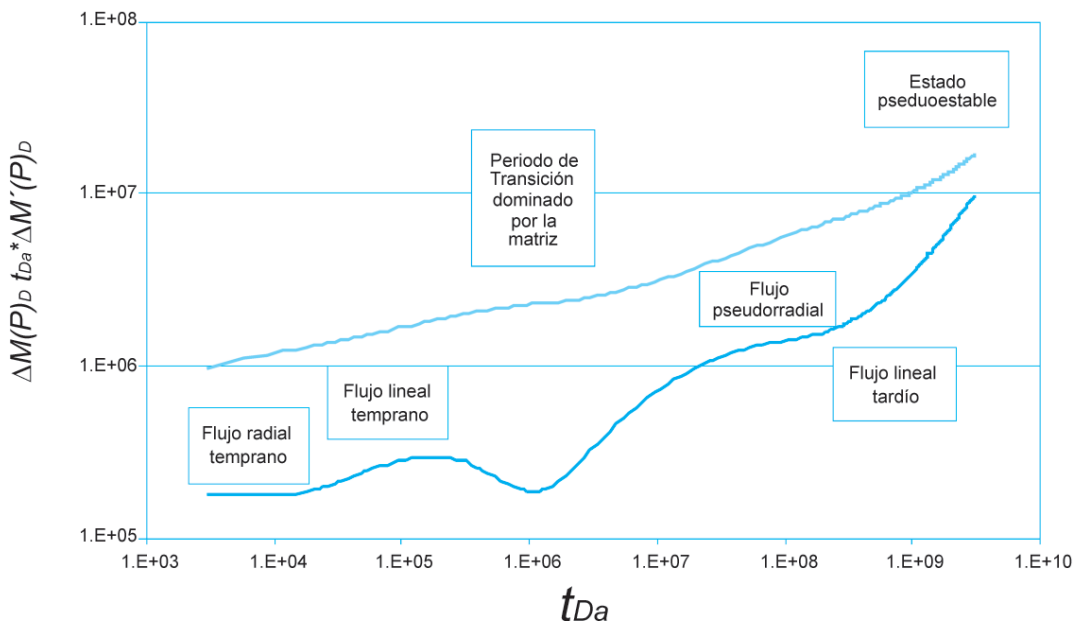
Por conveniencia, en este trabajo se utiliza la solución a la ecuación de difusividad presentada por Goode and Thambynayagam (1987). El modelo del yacimiento

y el pozo horizontal es mostrado en la figura 1. La figura 2 muestra un gráfico logarítmico de presión adimensional y derivada de presión adimensional contra pseudotiempo, donde se identifican los puntos y líneas características disponible para la evaluación de la prueba de presión y la influencia del pseudotiempo.

- a. El primer régimen de flujo representa el flujo radial de tiempo inicial, actuando en el plano yz. La ecuación de de flujo adimensional que describe este flujo está dado por:



**Figura 1.** Configuración de un pozo horizontal presentada por Goode and Thambynayagam (1987)



**Figura 2.** Comportamiento de la pseudopresión y derivada de pseudopresión para un pozo horizontal en un yacimiento naturalmente fracturado.  $w=0,1$  y  $l=1 \times 10^{-6}$

$$m_D(P) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{k_z}{k_y}} t_{Da} \right) + 0.80907 + 2s_m \right] \quad (8)$$

Con la correspondiente derivada de presión dada por:

$$t_{Da} * m'_D(P) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \quad (9)$$

Sustituyendo variables adimensionales en la Ec. (9) y despejando el producto de la permeabilidad y z,

$$\sqrt{k_z k_y} = \frac{710.9 q_{sc} T}{L_w (t_a(P) * \Delta m'(P))_{er}} \quad (10)$$

b. El segundo régimen de flujo, corresponde al flujo lineal temprano cuando la presión transitoria alcanza simultáneamente los límites superior e inferior de la zona productora y es influenciado por el parámetro de almacenamiento adimensional,  $\omega$ , que se describe en el periodo de transición dominado por la matriz. El punto característico para este periodo está dado por:

$$m_D(P) = \frac{2r_w}{h_z} \sqrt{\pi t_{Da}} + (s_z + s_m) \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \quad (11)$$

Y la correspondiente derivada de presión por:

$$t_{Da} * m'_D(P) = \frac{r_w}{h_z} \sqrt{\frac{\pi}{\omega}} t_{Da} \quad (12)$$

Sustituyendo los términos adimensionales en la Ec. (12) se presenta la siguiente ecuación para determinar la longitud del pozo horizontal o la permeabilidad en la dirección y.

$$L_w = \frac{40.92 q_{sc} T}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{el}} \frac{1}{h_z} \sqrt{\frac{t_a(P)_{el}}{\omega k_y \phi}} \quad (13)$$

c. El tercer régimen de flujo es el flujo pseudorradial en el plano xy. Este régimen de flujo puede no estar presente si la longitud del pozo horizontal es larga comparada con el espesor del yacimiento o si el ancho del yacimiento es muy pequeño comparado

con la longitud horizontal. Las ecuaciones para la pseudopresión y derivada adimensionales son:

$$m_D(P) = \frac{L_w}{2h_z} \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \left[ \ln \left( \frac{16k_x r_w^2}{k_y L_w^2} t_{Da} \right) + 0.80907 \right] + \frac{k_y}{\sqrt{k_x k_z}} (s_z + s_m) \quad (14)$$

$$t_{Da} * m'_D(P) = \frac{1}{2} \frac{L_w}{h_z} \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \quad (15)$$

Sustituyendo los términos adimensionales en la Ec. (15) se obtiene una expresión para el producto de permeabilidad xy,

$$\sqrt{k_x k_y} = \frac{710.9 q_{sc} T}{h_z (t_a(P) * \Delta m'(P))_{pr}} \quad (16)$$

d. Un segundo periodo de flujo lineal se observa si el ancho de las fronteras ( $h_x$ ) afecta la respuesta de presión. La ecuación adimensional para la pseudopresión es:

$$m_D(P) = 2 \left( \frac{L_w r_w}{h_x h_z} \right) \sqrt{\pi t_{Da}} + (s_x + s_z + s_m) \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \quad (17)$$

Y la derivada de pseudopresión es:

$$t_{Da} * m'_D(P) = \frac{L_w r_w}{h_z h_x} \sqrt{\pi t_{Da}} \quad (18)$$

Sustituyendo los términos adimensionales en la Ec. (18) resulta en una expresión para la permeabilidad y/ o el ancho del yacimiento  $h_x$

$$k_y = \left[ \frac{40.92 q_{sc} T}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{ll}} \right]^2 \frac{t_a(P)_{ll}}{\phi (h_z h_x)^2} \quad (19)$$

Las líneas de las derivadas de pseudopresión para varios regímenes de flujo se interceptan en puntos específicos. Estos tiempos característicos suministran un medio de identificación o de verificación de los parámetros de yacimiento.

e. La intersección del periodo de flujo radial de tiempo inicial y el periodo de flujo lineal tardío es relacionada por.

$$t_{Da_{i,er-ll}} = \frac{1}{4\pi} \frac{k_y}{k_z} \left( \frac{h_x h_z}{L_w r_w} \right)^2 \quad (20)$$

Al sustituir los términos adimensionales en la Ec. (20) se presenta una relación para determinar la permeabilidad en el plano z

$$k_z \left( \frac{L_w}{h_x} \right)^2 = \frac{301.77 \phi h_z^2}{t_a(P)_{i,er-ll}} \quad (21)$$

f. El último punto de intersección es entre los períodos de flujo pseudorradial y lineal final. En forma adimensional.

$$t_{Da_{i,pr-ll}} = \frac{1}{4\pi} \frac{k_y}{k_x} \left( \frac{h_x}{r_w} \right)^2 \quad (22)$$

Al sustituir los términos adimensionales en la Ec. (22) se presenta una relación para determinar la permeabilidad en el plano x o el ancho del yacimiento  $h_x$ .

$$\frac{k_x}{h_x^2} = \frac{301.77 \phi}{t_a(P)_{i,pr-ll}} \quad (23)$$

g. La relación de las líneas de la derivada de pseudopresión de radial inicial y pseudorradia resulta en la siguiente expresión.

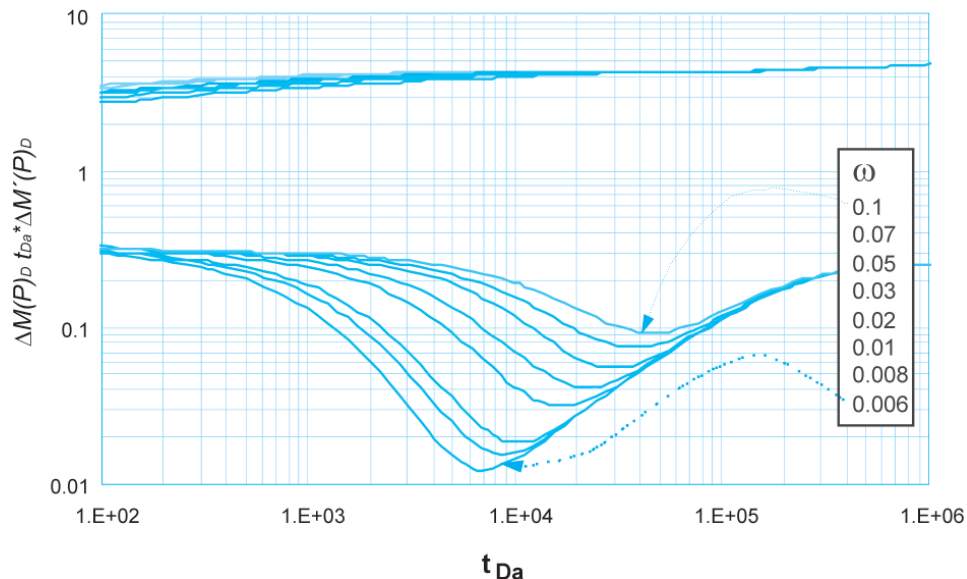
$$\frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{er}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{pr}} = \frac{h_z \sqrt{k_x}}{L_w \sqrt{k_z}} \quad (24)$$

De igual forma, la relación de las derivadas de pseudopresión para los períodos de flujo lineales se escribe como.

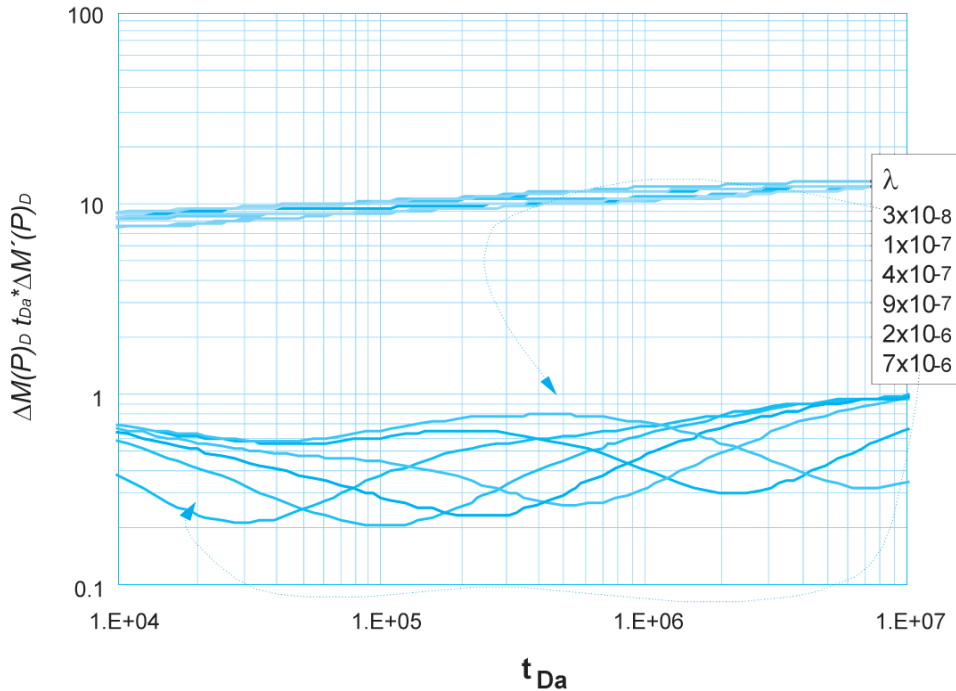
$$\frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{el}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{ll}} = \frac{h_x}{L_w} \sqrt{\frac{t_a(P)_{eL}}{\omega t_a(P)_{ll}}} \quad (25)$$

En la figura 3 se observa sobre la curva de la derivada la existencia de una depresión durante el período de transición y la intensificación de esta depresión con la disminución del coeficiente de almacenamiento adimensional independiente del parámetro de flujo interporoso.

h. Un análisis exhaustivo sobre la respuesta de pseudopresión durante el periodo de transición muestra una relación entre la derivada mínima presente en el periodo de transición y el periodo de flujo pseudorradial con el coeficiente de almacenamiento adimensional como se muestra en la figura 4 y es relacionado mediante las siguientes expresiones matemáticas:



**Figura 3.** Efecto del coeficiente de almacenamiento adimensional sobre la respuesta de pseudopresión en un Yacimiento Naturalmente Fracturado actuando como infinito con Flujo Interporoso en estado pseudoestacionario,  $l=5 \times 10^{-7}$



**Figura 4.** Efecto de la variable del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de pseudo presión en un yacimiento naturalmente fracturado actuando como infinito con flujo interporoso en estado pseudoestacionario,  $w = 0.1$

$$\omega = \left( 1.0622558 - 1.0261537 e^{-\frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{\min}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{pr}}} \right)^2 \tag{26}$$

También es propuesta la Ec. 27 en función de la relación de la derivada mínima presente en el periodo de transición y la derivada del flujo pseudorradial

$$\omega = \left[ a - \left( b \left( \frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{\min}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{pr}} \right)^{-1} \ln \left( \frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{\min}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{pr}} \right) \right) \right]^{-1} \tag{27}$$

Donde  $a=1.6633318$  y  $b=2.3145772$ , ambas correlaciones son válidas para  $0 \leq \omega \leq 0.1$

En la figura 4 se observa sobre la curva de la derivada la existencia de una depresión durante el periodo de transición y la tardía manifestación de esta depresión con la disminución del parámetro de flujo interporoso independiente del coeficiente de almacenamiento adimensional.

i. Analizando las coordenadas mínimas durante e periodo de transición se observa una relación entre estas y el parámetro de flujo interporoso como se muestra en la figura 5 y se expresa matemáticamente como sigue:

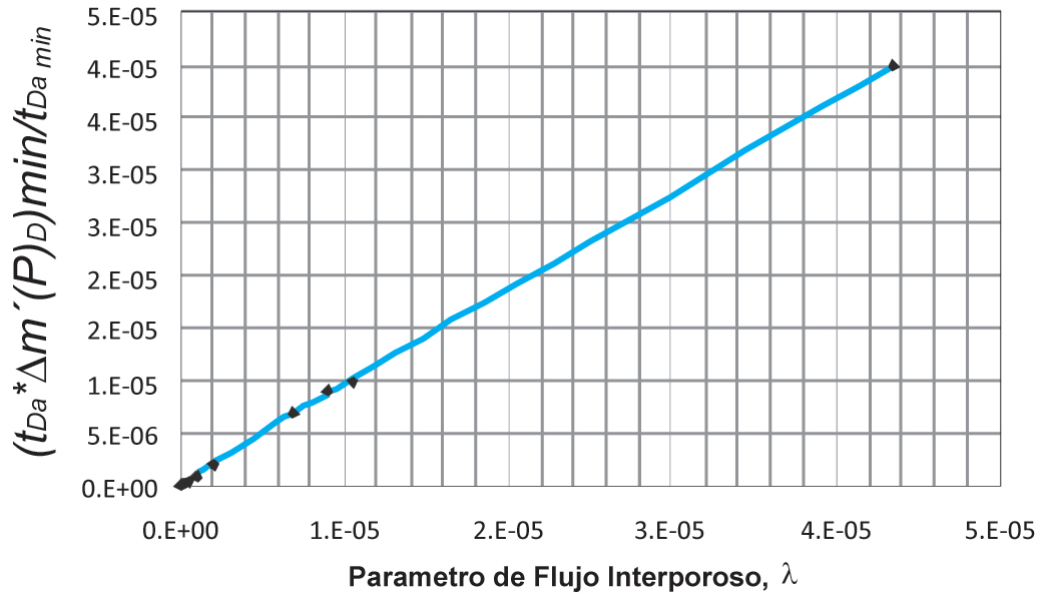
$$\lambda = \left[ a - b \left( \frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{D_{\min}}}{t_{Da_{\min}}} \right)^3 + c \frac{t_{Da_{\min}}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{D_{\min}}} \right] \tag{28}$$

Donde

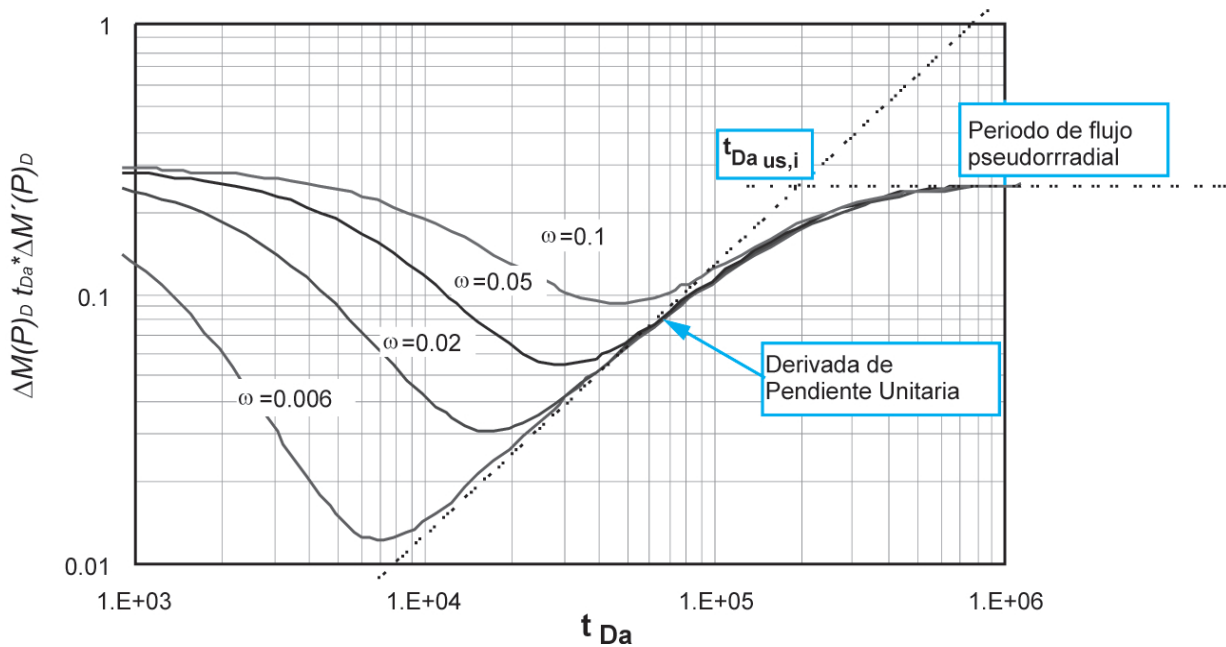
$$\frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{D_{\min}}}{t_{Da_{\min}}} = \frac{\phi r_w^2 L_w}{0.37492887 q T} \frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{\min}}{t_a(P)_{\min}} \tag{29}$$

Donde las constantes  $a=14300.067$ ,  $b=1.1873637 \times 10^{17}$ ,  $c=0.8914772$ .

Otras ecuaciones analíticas se han desarrollado para determinar el coeficiente de almacenamiento adimensional y el parámetro de flujo interporoso y en este trabajo se han adecuado para incluir los efectos del pseudotiempo.



**Figura 5.** Correlación entre el parámetro de flujo Interporoso ( $\lambda$ ) y la relación entre la derivada de pseudo presión adimensional mínima y el pseudotiempo adimensional mínimo para Flujo Interporoso en Estado Pseudoestacionario.



**Figura 6.** Vista ampliada de la Región de Transición ilustrando la línea de la derivada de pendiente unitaria y la intersección de esta con el periodo de flujo pseudorradial.  $l=5.0 \times 10^{-7}$

j. La intersección final del periodo de transición y el periodo de flujo pseudorradial brinda analíticamente una ecuación para determinar el parámetro de flujo interporoso como se muestra en la Figura 7. Y se correlaciona con la siguiente expresión matemática:

$$\lambda = \frac{\phi r_w^2}{0.0002637 t_a(P)_{USj}} \frac{L_w}{h_z} \sqrt{\frac{1}{k_x k_y}} \quad (30)$$

k. Una segunda aproximación determina analíticamente el punto mínimo de la derivada tomando la

la segunda derivada de la ecuación de pseudo-presión adimensional. Este mínimo ocurre en el punto donde  $(t_{Da} * m'_{D}(P))' = 0$  por consiguiente, por manipulación algebraica, una expresión analítica para el mínimo tiempo adimensional se obtiene por:

$$(t_{Da})_{min} = \frac{\omega}{\lambda} \ln \frac{1}{\omega} \quad (31)$$

Y reemplazando los términos adimensionales se obtiene una ecuación que relaciona el parámetro de flujo interporoso y el coeficiente de almacenamiento adimensional con el pseudotiempo mínimo que se da durante el período de transición.

$$\lambda = \frac{\phi r_w^2}{0.0002637 k_y t_a(P)_{min}} \frac{\omega}{\omega} \ln \frac{1}{\omega} \quad (32)$$

En pruebas de presión de pozos horizontales la estimación del factor de daño implica la presencia de pseudo factores de daño que influyen la respuesta de presión;  $s_z$  es el pseudo factor relacionado con los efectos de penetración parcial en la dirección vertical y  $s_x$  es el pseudo factor debido a los efectos de penetración parcial en la dirección  $x$  paralela al pozo.

- l. El período de flujo radial inicial es solamente influenciado por el factor de daño mecánico atribuido a las operaciones de perforación y completamiento. La relación de las expresiones de pseudopresión y derivada de pseudopresión Ecs. (1) y (2) suministran un método para calcular este factor. En unidades reales, el factor de daño mecánico está determinado por:

$$s_m = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta m(P)_{er}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{er}} - \ln \left( \sqrt{k_y k_z} \frac{t_a(P)_{er}}{\phi r_w^2} \right) + 7.43 \right] \quad (33)$$

En donde  $\Delta m(P)_{er}$ ,  $(t_a(P) * \Delta m'(P))_{er}$  y  $t_a(P)_{er}$  son un punto conveniente durante el período de flujo radial inicial.

- m. El período de flujo lineal inicial está influenciado por la combinación de factor de daño mecánico y un pseudo factor en la dirección  $z$ . Dividiendo la ecuación de pseudopresión adimensional (4) por la ecuación de la derivada de pseudopresión adimensional(5) y expresando en unidades dimensionales, resulta en una expresión para el efecto de daño en la dirección  $z$ , el cual se ve afectado por el coeficiente de almacenamiento adimensional.

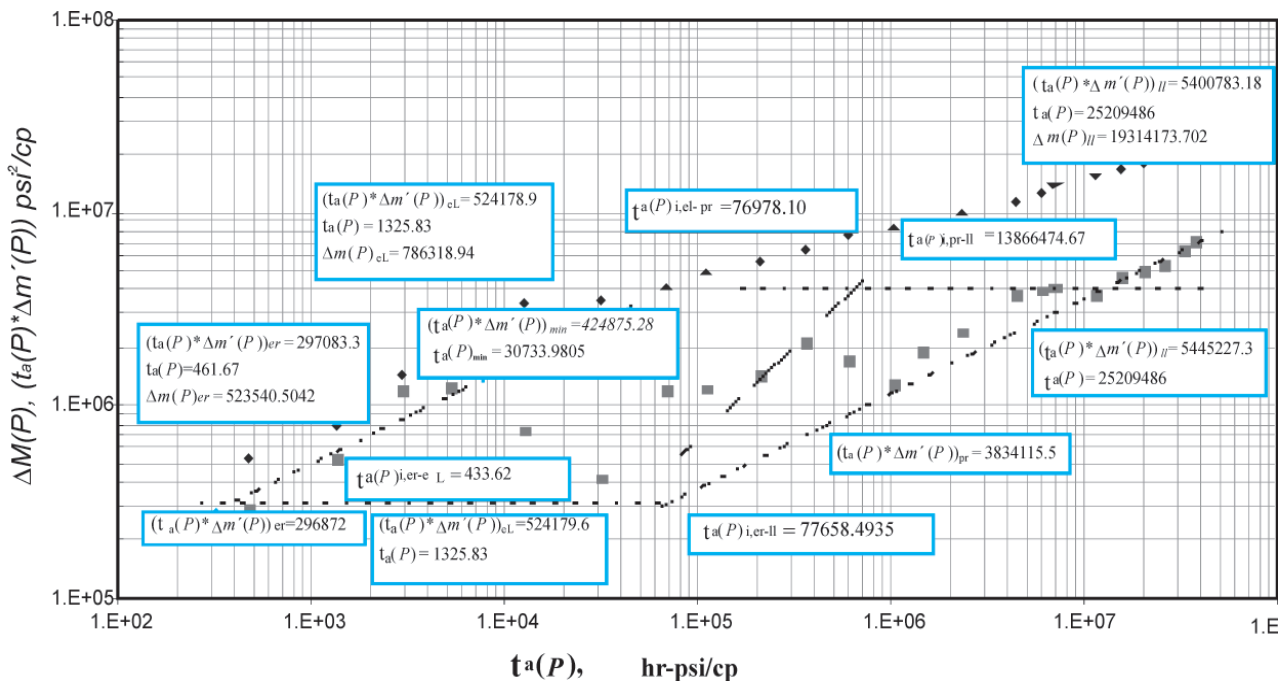


Figura 7. TDS usando pseudotiempo, caso real en yacimiento naturalmente fracturado.



$$(s_z + s_m) = \frac{0.029}{h_z} \sqrt{\frac{k_z t_a(P)_{el}}{\omega \phi}} \left( \frac{\Delta m(P)_{el}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{el}} - 2 \right) \quad (34)$$

Donde,  $\Delta m(P)_{el}$ ,  $(t_a(P) * \Delta m'(P))_{el}$  y  $t_a(P)_{el}$  son un punto conveniente durante el período de flujo lineal inicial.

- o. La relación de las ecuaciones adimensionales (7) y (8) del período de flujo pseudorradial también desarrolla una expresión para el efecto de daño en la dirección z.

$$(s_z + s_m) = \left[ \frac{\Delta m(P)_{pr}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{pr}} - \ln \left( \frac{k_x}{\phi L_w^2} t_a(P)_{pr} \right) + 4.659 \right] \frac{L_w}{2h_z} \sqrt{\frac{k_z}{k_y}} \quad (35)$$

- p. Si un límite ancho se refleja sobre la prueba de presión, entonces se creará un segundo pseudo factor de daño. Del período de flujo lineal final se puede obtener el factor de daño total tomando la relación de las ecuaciones (10) y (11), incluyendo el término  $s_x$ :

$$(s_x + s_z + s_m) = \left[ \frac{\Delta m(P)_{ll}}{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{ll}} - 2 \right] \frac{0.02878 L_w}{h_z h_x \sqrt{\frac{\phi}{k_z t_a(P)_{ll}}}} \quad (36)$$

En un yacimiento infinito, es posible obtener un máximo de tres factores de daño Ec. (27), (28) (29) y (30); sin embargo, solamente del período de flujo radial inicial se determina  $s_m$  directamente.

## 1. Procedimiento Paso a Paso

**CASO 1:** El período de transición ocurre antes de observarse el período de flujo lineal temprano

**Paso 1:** del período de flujo pseudorradial determine mediante la Ec. (16) la permeabilidad horizontal.

**Paso 2:** utilice la Ec. (10) para determinar el factor  $k_z k_y$

**Paso 3:** determine  $k_y$  del período de flujo lineal tardío mediante la Ec. (19).

**Paso 4:** de los pasos (1), (2) y (3) es posible determinar la permeabilidades en los planos x,y,z.

**Paso 5:** utilice las Ec. (21), (23) y (24) para verificar las permeabilidades en los diferentes planos.

**Paso 6:** determine el coeficiente de almacenamiento adimensional  $\omega$  en función de la relación de la derivada mínima y pseudorradial mediante la Ec. (27) y puede ser verificado mediante la Ec. (26).

**Paso 7:** calcule el parámetro de flujo Interporoso  $\lambda$  mediante la Ec. (30) y puede ser verificado mediante las correlaciones descritas por las Ec. (28), (32).

**Paso 8:** el factor de daño mecánico y los factores de pseudo daño pueden ser determinados usando las Ec. (33), (35) y (36)

**CASO 2:** El período de transición ocurre después de observarse el período de flujo lineal temprano

**Paso 1:** determine el coeficiente de almacenamiento adimensional  $\omega$  en función de la relación de la derivada mínima y pseudorradial mediante la Ecuación (26) y puede ser verificado mediante la Ec. (27).

**Paso 2:** identifique el período de flujo lineal temprano y determine la  $k_y$  mediante la Ec. (13).

**Paso 3:** del período de flujo pseudorradial determine mediante la Ec. (16) la permeabilidad horizontal.

**Paso 4:** utilice la Ec. (10) para determinar el factor  $k_z k_y$

**Paso 5:** de los pasos (2), (3) y (4) es posible determinar las permeabilidades en los planos x,y,z.

**Paso 6:** utilice las Ec. (21), (23) y (24) para verificar las permeabilidades en los diferentes planos.

**Paso 7:** calcule el parámetro de flujo interporoso  $\lambda$  mediante la Ec. (30) y puede ser verificado mediante las correlaciones descritas por la Ec. (28).

**Paso 8:** el factor de daño mecánico y los factores de pseudo daño pueden ser determinados usando las Ec. (33), (34) y (36).

### 3. Aplicaciones

#### 3.1. Ejemplo 1

Una prueba de presión es presentada por Sarkar & Rajtar (1994) para un yacimiento de gas naturalmente fracturado drenado por un pozo horizontal, dando como resultado los datos de pseudopresión y pseudotiempo graficados en la Figura 7; otros datos de yacimiento conocidos están listados en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Datos ejemplo 1

$q = 1000$ MscfD	$h_z = 50$ ft
$\mu = 0,0102$ cp	$c_f = 0,00223$ psi <sup>-1</sup>
$L_w = 1000$ ft	$f = 0,01$
$r_w = 0,154$ ft	$T = 70,33$ °F
$p_i = 700$ psia	$t = 1000$ hr

**Tabla 2.** Resultados ejemplo 1

Parámetros	TDS y efectos del pseudotiempo
$\omega$	0,02064 0,02098
$\lambda$	$1,47495 \times 10^{-5}$ $1,4414 \times 10^{-5}$

$$\begin{aligned} (t_a(P) \cdot \Delta m(P))_{min} &= 424620,2414 \text{ psi}^2/\text{cp} \\ (t_a(P) \cdot \Delta m(P))_{er} &= 296872,0757 \text{ psi}^2/\text{cp} \\ (t_a(P) \cdot \Delta m(P))_{el} &= 524179,6397 \text{ psi}^2/\text{cp}, \\ (t_a(P) \cdot \Delta m(P))_{pr} &= 3834115,5911 \text{ psi}^2/\text{cp}. \\ \Delta m(P)_{er} &= 523640,5045 \text{ psi}^2/\text{cp} \\ (t_a(P) \cdot \Delta m(P))_{el} &= 534178,9042 \text{ psi}^2/\text{cp} \\ \Delta m(P)_{el} &= 786318,94 \text{ psi}^2/\text{cp} \\ (t_a(P) \cdot \Delta m(P))_{ll} &= 5400783,1827 \text{ psi}^2/\text{cp} \\ \Delta m(P)_{ll} &= 19314173,7027 \text{ psi}^2/\text{cp} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_a(P)_{min} &= 30733,9805 \text{ hr-psi/cp} \\ ta(P)_{US,i} &= 634912,9064 \text{ hr-psi/cp} \\ ta(P)_{i,er-ll} &= 77658,4935 \text{ hr-psi/cp} \\ ta(P)_{i,ll-pr} &= 76978,1094 \text{ hr-psi/cp} \\ ta(P)_{er} &= 461,67 \text{ hr-psi/cp} \\ ta(P)_{el} &= 1325,83 \text{ hr-psi/cp} \\ ta(P)_{ll} &= 25209486 \text{ hr-psi/cp} \end{aligned}$$

Se determina el coeficiente de almacenamiento adimensional por medio de la Ec. (26) y puede ser verificado mediante la Ec. (27).

$$\omega = \left[ 1.0622558 - 1.0261537 e^{-\left(\frac{424620.2414}{3834115.5911}\right)} \right]^2 = 0.0206$$

$$\omega = \left[ 1.6633318 - \left( 2.3145772 \left( \frac{424620.2414}{3834115.5911} \right)^{-1} \ln \left( \frac{424620.2414}{3834115.5911} \right) \right) \right]^{-1} = 0.0209$$

Régimen de flujo	Parámetro	Tds y efectos del pseudotiempo
Radial temprano	$(kykz)^{1/2}$	1,2692
Lineal temprano	$ky$	4,3973 md
Pseudoradial	$(kykx)^{1/2}$	1,9654
	$kx$	0,8784 md
Lineal final	$hx$	1907,26 ft
er-II	$hx$	1922,861 ft
pr-II	$kx$	0,7916 md
el-III	$hx$	1907,26 ft

Daños	
	TDS y efectos del pseudotiempo
$S_m$	-2,737
$S_z$	2,315
$S_x$	14,87

Las curvas mostradas en la Figura 7 exhiben cuatro regímenes de flujo definidos: radial temprano, lineal temprano, pseudoradial y lineal tardío, a lo que se le suma el periodo de transición presente entre flujos radiales. De allí se tiene la siguiente información:

se determina el parámetro de flujo Interporoso por medio de la Ec. (28)

$$\lambda = \left[ 14300.067 - 1.1873637e17 \left( \frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{D_{\min}}}{t_{Da \min}} \right)^3 + 0.8914772 \frac{t_{Da \min}}{(t_a(P) * \Delta m'(p))_{D_{\min}}} \right]^{-1} = 1.47495 \times 10^{-5}$$

Donde:

$$\frac{(t_a(P) * \Delta m'(P))_{D_{\min}}}{t_{Da \min}} = \frac{(0.01)(0.154)^2 (1000)}{0.37492887(1000)(530)} \frac{(424875.2828)}{30733.9805} = 1.64991 \times 10^{-5}$$

El parámetro de flujo interporoso puede ser verificado mediante la Ec. (30)

$$\lambda = \frac{(0.01)(0.154)^2 (1000)}{0.0002637(634912.9064)(50)} \sqrt{\frac{1}{(4.397356428)(0.878429043)}} = 1.44144 \times 10^{-5}$$

De la Ec. (13) se determina la permeabilidad en la dirección y usando la coordenada tomada del flujo lineal temprano.

$$k_y = \left[ \frac{(40.922)(1000)(530)}{(524179.6397)(1000)(50)} \right]^2 \frac{1325.83}{(0.01)(0.020645)} = 4.397356428 \text{ md}$$

De la Ec. (10) se calcula el producto de permeabilidad yz usando un punto en la derivada del flujo radial temprano, y a su vez obtener la permeabilidad en el plano z

$$\sqrt{k_y k_z} = \frac{(710.90)(1000)(530)}{(1000)(296872.0757)} = 1.2692 \text{ md}$$

$$k_z = 0.366 \text{ md}$$

Del flujo pseudorradial se determina la permeabilidad horizontal mediante la Ec. (16) y a la vez determinar la permeabilidad en la dirección x.

$$\sqrt{k_x k_y} = \frac{(710.90)(1000)(530)}{(50)(3834115.5911)} = 1.9653 \text{ md}$$

$$k_x = 0.878429043 \text{ md}$$

El ancho del yacimiento puede ser calculado mediante las coordenadas tomadas del flujo lineal tardío mediante la Ec. (19).

$$h_x = \frac{(40.922)(1000)(530)}{(50)(5440783.35)} \sqrt{\frac{25209486}{(4.397356428)(0.01)}} = 1907.3 \text{ ft}$$

Con puntos de intersección de cada flujo se determinan las permeabilidades y ancho del yacimiento para comparar con los anteriores.

mediante la Ec. (21), intersección flujo radial de tiempo temprano y lineal tardío

$$h_x = \frac{1000}{50} \sqrt{\frac{(0.35918916)(77658.4935)}{301.77(0.01)}} = 1922.86173 \text{ ft}$$

mediante la Ec. (23), intersección flujo lineal tardío y pseudorradial

$$k_x = \frac{301.77(0.01)(1922.86)^2}{13866474.67} = 0.8091 \text{ md}$$

mediante la Ec. (25), relación entre flujo lineal inicial y lineal tardío,

$$h_x = 1000 \frac{(524178.9042)}{(5400783.1827)} \sqrt{\frac{(0.02064)(2520)}{1325.83}} = 1907.267612 \text{ ft}$$

Con puntos característicos de cada flujo se calculan los daños respectivos

⊕ *Radial temprano, mediante la Ec. (33).*

$$s_m = \frac{1}{2} \left[ \frac{523640.5045}{5400783.1827} - \ln \left( \frac{(1.26915608)(461.67)}{(0.01)(0154^2)} \right) + 7.43 \right] = -2.73768282$$

⊕ *Lineal Temprano, mediante la Ec. (34).*

$$s_m + s_z = \frac{0.029}{50} \sqrt{\frac{(0.35918916)(1325.83)}{(0.02064)(0.01)}} \left[ \frac{786318.94}{534178.9042} - 2 \right] = -0.42216396$$

$$s_z = 2.315$$

⊕ *Lineal tardío, mediante la Ec. (36).*

$$(s_x + s_z + s_m) = \left[ \frac{19314173.7027}{5400783.1827} - 2 \right] \frac{(0.02878)(1000)}{(50)(1907.267612)} \sqrt{\frac{0.01}{(0.35918916)(25209486)}} = 14.455$$

$$s_x = 14.877101$$

### 3.2. Ejemplo 2

Una prueba de presión es simulada en un yacimiento de gas naturalmente fracturado; dando como resultado los datos de pseudopresión y pseudotiempo graficados en la Figura 8; otros datos de yacimiento conocidos están listados en la Tabla 3.

Las curvas mostradas en la Figura 8 exhiben cuatro regímenes de flujo definidos: radial temprano, lineal temprano, pseudorradial y lineal tardío, a lo que se le suma el periodo de transición presente entre flujos radiales. De allí se tiene la siguiente información.

**Tabla 3.** Datos caso simulado (ejemplo 2), incidencia del pseudotiempo

$q = 10000 \text{ MscfD}$	$h_z = 2000 \text{ ft}$
$\mu = 0,0265276 \text{ cp}$	$c_l = 1,3234 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$
$L_w = 5000 \text{ ft}$	$\phi = 0.1$
$r_w = 0,30 \text{ ft}$	$T = 212 \text{ }^\circ\text{F}$
$p_i = 5000 \text{ psia}$	$t = 3000 \text{ hr}$
$k_v = 20 \text{ md}$	$k_z/k_x = (36/12) = 3$
$\lambda = 1 \times 10^{-8}$	$\omega = 0,07$

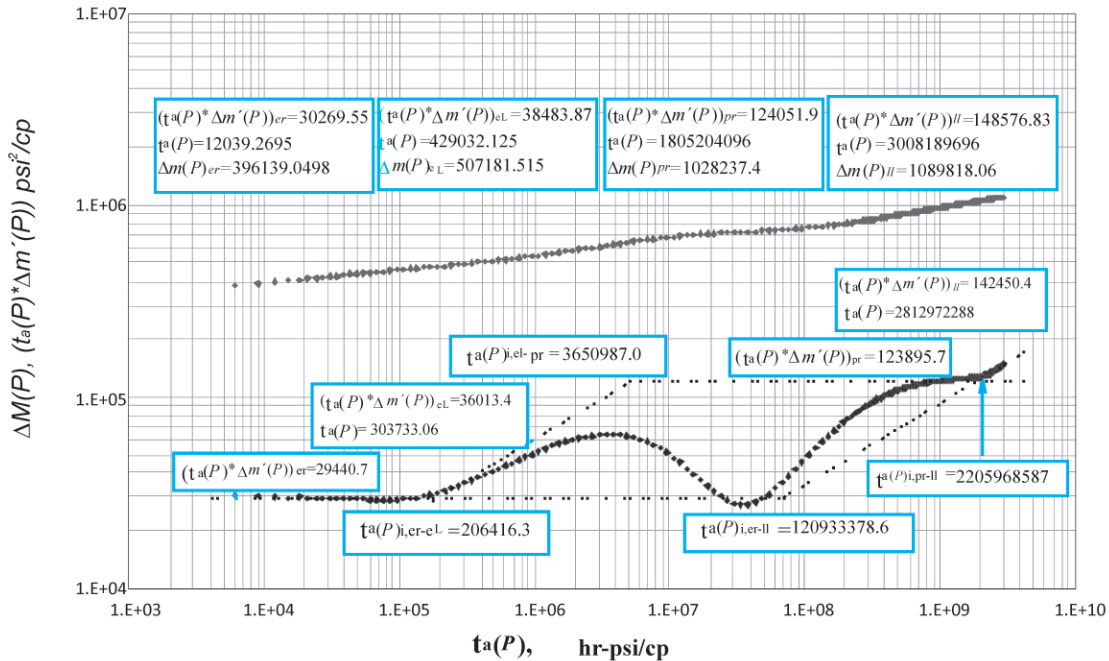


Figura 8. TDS usando pseudotiempo, caso simulado en un yacimiento naturalmente fracturado

### Nomenclatura

$h_x$	Ancho del yacimiento, ft
$c_t$	Compresibilidad total, 1/psi
$c_g$	Compresibilidad del gas, 1/psi
$h_z$	Espesor de formación, ft
$k$	Permeabilidad, md
$m(P)$	Pseudopresión, $\text{psi}^2/\text{cp}$
$m_D(P)$	Pseudopresión adimensional
$t_a(P) * \Delta m'(P)$	Derivada de pseudopresión incluyendo la función pseudotiempo
$p$	Presión, psi
$p_i$	Presión inicial, psi
$q$	Caudal o rata de flujo del pozo/gas, Mscf/D
$r_w$	Radio del pozo, ft
$s$	Factor de daño
$t$	Tiempo, hr, tiempo de prueba
$t_a(P)$	Función pseudotiempo
$t_{Da}$	Función pseudotiempo adimensional
$T$	Temperatura, °R

### Símbolos Griegos

$\Delta$	Cambio, caída
$\phi$	Porosidad, fracción
$\mu$	Viscosidad, cp
$\rho$	Densidad, $\text{lbm}/\text{ft}^3$
$\omega$	Coefficiente de almacenamiento adimensional
$\lambda$	Parámetro de flujo interporoso

### Subíndices

$sc$	Condiciones estándar
$i$	Condiciones iniciales o intersección
$i_{r,er-el}$	Intersección radial inicial y lineal inicial
$i_{r,er-il}$	Intersección radial inicial y lineal tardío
$i_{l,el-pr}$	Intersección lineal inicial y pseudoradial
$i_{l,il-pr}$	Intersección lineal tardío y pseudoradial
$x$	En dirección del eje x
$y$	En dirección del eje y
$z$	En dirección del eje z
$m$	mecánico

$(t_a(P) * \Delta m(P))_{min} = 27420,8533 \text{ psi}^2/\text{cp}$	
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{er} = 30269,5592 \text{ psi}^2/\text{cp}$	$ta(P)US,i = 2490449634 \text{ hr-psi}/\text{cp}$
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{el} = 36013,4445 \text{ psi}^2/\text{cp}$ ,	
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{pr} = 125728,5187 \text{ psi}^2/\text{cp}$	$ta(P)i,er-ll = 120933378,6 \text{ hr-psi}/\text{cp}$
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{ll} = 142450,43 \text{ psi}^2/\text{cp}$ ,	
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{er} = 30269,5592 \text{ psi}^2/\text{cp}$	$ta(P)er = 12039,2695 \text{ hr-psi}/\text{cp}$
$\Delta m(P)er = 396139,0498 \text{ psi}^2/\text{cp}$	
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{el} = 38483,8727 \text{ psi}^2/\text{cp}$	$ta(P)el = 429032,125 \text{ hr-psi}/\text{cp}$
$\Delta m(P)el = 507181,515 \text{ psi}^2/\text{cp}$	
$(t_a(P) * \Delta m(P))_{ll} = 148576,835 \text{ psi}^2/\text{cp}$	$ta(P)ll = 3008189696 \text{ hr-psi}/\text{cp}$
$\Delta m(P)ll = 1089818,0607 \text{ psi}^2/\text{cp}$	

Se determina el coeficiente de almacenamiento adimensional por medio de la Ec. (26) y puede ser verificado mediante la Ec. (27)

$$\omega = \left[ 1.0622558 - 1.0261537 e^{-\left(\frac{27420,8553}{125728,5187}\right)} \right]^2 = 0.0562$$

$$\omega = \left[ 1.6633318 - \left( 2.3145772 \left( \frac{27420,8553}{125728,5187} \right)^{-1} \ln \left( \frac{27420,8553}{125728,5187} \right) \right) \right]^{-1} = 0.0561$$

se determina el parámetro de flujo interporoso por medio de la Ec. (28)

$$\lambda = \left[ 14300.067 - 1.1873637 e^{17 \left( \frac{(t_a(P) * \Delta m(P))_{Dmin}}{t_{Dmin}} \right)^3} + 0.8914772 \frac{t_{Dmin}}{(t_a(P) * \Delta m(P))_{Dmin}} \right]^{-1} = 1.61239 \times 10^{-8}$$

Donde:

$$\frac{(t_a(P) * \Delta m(P))_{Dmin}}{t_{Dmin}} = \frac{(0.1)(0.3)^2 (5000)}{0.37492887 (10000)(671.67)} \frac{(27420.8533)}{34080688} = 1.43774 \times 10^{-8}$$

El parámetro de flujo interporoso puede ser verificado mediante la Ec. analítica (30)

$$\lambda = \frac{(0.1)(0.3)^2 (5000)}{0.0002637 (2490449634)(2000)} \sqrt{\frac{1}{19.26}} = 1.77794 \times 10^{-8}$$

De la Ec. (13) se determina la permeabilidad en la dirección y usando la coordenada tomada del flujo lineal temprano.

$$k_y = \left[ \frac{(40.922)(10000)(671.67)}{(36013.4445)(5000)(2000)} \right]^2 \frac{303733.06}{(0.1)(0.056253644)} = 31.44 \text{ md}$$

De la Ec. (10) se calcula el producto de permeabilidad y z usando un punto en la derivada del flujo radial temprano, y a su vez obtener la permeabilidad en el plano z

$$\sqrt{k_y k_z} = \frac{(710.90)(10000)(671.67)}{(5000)(29440.7238)} = 32.43 \text{ md} \qquad k_z = 33.45 \text{ md}$$

Del flujo pseudorradial se determina la permeabilidad horizontal mediante la Ec. (16) y a la vez determinar la permeabilidad en la dirección x.

$$\sqrt{k_x k_y} = \frac{(710.90)(10000)(671.67)}{(2000)(123895.706)} = 19.26 \text{ md} \quad k_x = 11.81 \text{ md}$$

El ancho del yacimiento puede ser calculado mediante las coordenadas tomadas del flujo lineal tardío mediante la Ec. (19).

$$h_x = \frac{(40.922)(10000)(671.67)}{(2000)(142450.43)} \sqrt{\frac{2812972288}{(31.44)(0.1)(0.0265276)(0.00013234)}} = 28852.46 \text{ ft}$$

Con puntos de intersección de cada flujo se determinan las permeabilidades y ancho del yacimiento para comparar con los anteriores.

mediante la Ec. (21), intersección flujo radial de tiempo temprano y lineal tardío

$$h_x = \frac{1500}{2000} \sqrt{\frac{(33.45)(120933378.6)}{301.77(0.1)}} = 28704.26 \text{ ft}$$

mediante la Ec. (23), intersección flujo lineal tardío y pseudorradial

$$k_x = \frac{301.77(0.1)(28704.26)^2}{2205968587} = 11.38 \text{ md}$$

mediante la Ec. (25), relación entre flujo lineal inicial y lineal tardío,

$$h_x = 5000 \frac{(36013.4445)}{(142450.43)} \sqrt{\frac{(0.05625)(28122972288)}{303733.06}} = 28852.45 \text{ ft}$$

Con puntos característicos de cada flujo se calculan los daños respectivos

⊕ *Radial temprano mediante la Ec. (33).*

$$s_m = \frac{1}{2} \left[ \frac{396139.0498}{30269.5592} - \ln \left( \frac{(32.43)(12039.2695)}{(0.1)(0.3^2)} \right) + 7.43 \right] = 1.466$$

⊕ *Lineal Temprano mediante la Ec. (34).*

$$s_m + s_z = \frac{0.029}{2000} \sqrt{\frac{(32.26)(429032.125)}{(0.05625)(0.1)}} \left[ \frac{507181.515}{38483.8727} - 2 \right] = 7.278$$

$$s_z = 5.811$$

⊕ *Lineal temprano, mediante la Ec. (36).*

$$(s_x + s_z + s_m) = \left[ \frac{1089818.0607}{148576.835} - 2 \right] \frac{(0.02878)(5000)}{(2000)(28704.26)} \sqrt{\frac{0.1}{(32.26)(3008189696)}} = 13.302 \quad s_x = 6.023$$

**Tabla 4.** Tabla de resultados para el ejemplo 2

Parámetros	Simulado	TDS y efectos del pseudotiempo	
$\omega$	0,07	0,05625	0,056102484
$\lambda$	$1 \times 10^{-8}$	$1,61239 \times 10^{-8}$	$1,777 \times 10^{-8}$
<b>Puntos característicos</b>			
Régimen de flujo	Simulado	TDS y efectos del pseudotiempo	
Radial temprano	$(kykz)^{1/2}$	32,43 md	
Lineal temprano	$ky$	20 md	31,44 md
Pseudoradial	$(kykx)^{1/2}$	19,26 md	
	$kx$	12 md	11,81md
Lineal final	$hx$		28852,46 ft
er-el	$kz$	36 md	32,89 md
er-ll	$hx$		28704,26 ft
pr-el	$kx$	12 md	11,62 md
pr-ll	$kx$	12 md	11,38 md
er/pr	$kz$	36 md	32,26 md
el/ll	$hx$		28852,45 ft
<b>Daños</b>			
		TDS y efectos del pseudotiempo	
$sm$		1,466	
$sz$		5,811	
$sx$		6,023	

## Conclusión

Se aplicó satisfactoriamente la función pseudotiempo para extender la técnica TDS en la caracterización de yacimientos de gas naturalmente fracturados a pruebas de restauración y declinación de presión en pozos horizontales. La metodología desarrollada se aplicó satisfactoriamente a pruebas simuladas y reales.

## Referencias

Agarwal, R.G. 1979. "Real Gas Pseudo-time- a New Fuction for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells" Paper SPE 8279 presented SPE annual technical conference and exhibition, Las Vegas, Sept. 23-26.

Aminiam, K., Ameri, S., W.E, Abbitt, W. E., and Cunningham, L.E., 1991. "Polynomial Approximations for

Gas Pseudopressure and Pseudotime". Paper SPE 23439 presented at the SPE Eastern Regional Meeting held in Lexington, Kentucky, Oct. 22-25.

Escobar, F.H., Lopez, A.M., and Cantillo, J.H. 2007. "Effect of the Pseudotime Function on Gas Reservoir Drainage Area Determination". CT&F (Dic 2007), vol. 3 núm.3.

Finjord, J., 1989. "An Analytical Study of Pseudotime for Pressure Drawdown in a Gas Reservoir". SPE Formation Evaluation. June.

Goode, P. A. and Thambynayagam, R. K. M. 1987. "Pressure Drawdown and Buildup Analysis of Horizontal Wells in Anisotropic Media," SPEFE (Dec. 1987) p. 683-697.

Graham, J. W., and Warwick, M. K. 1984. "Scaled - Time: a New Pseudotime Function for Approximately Linearizing Gas Reservoir Models". Unsolicited Paper SPE 13418.

Gutiérrez, D.A., Escobar, F.H. y Muñoz, O.F. 2004. "Análisis de Presión y Derivada de Presión para un Pozo Horizontal en un Yacimiento Anisotrópico de Gas sin Emplear Curvas Tipo". Boletín estadístico mensual del ACIPET. núm. 5, año 36.

\_\_\_\_\_. 2006. "Análisis de Presión y Derivadas de Presión para un Pozo Horizontal en un Yacimiento Naturalmente Fracturado de Gas sin Emplear Curvas Tipo". En *Revista entornos* núm. 19, Nov. p. 76-82.

Lee, W. J., and Holditch, S. A. 1982. "Application of Pseudotime to Buildup Test Analysis of Low-Permeability Gas Wells With Long-Duration Wellbore Storage Distortion". *J. Pet. Tech.*, p. 2877-2887. Dec. 1982.

Sarkar, P.S. and Rajtar, J.M. 1994. "Transient Well Testing of Coalbed Methane Reservoirs with Horizontal Wells". Paper SPE 27681 presented SPE Permian Basin Oil and Gas Conference held in Midland, TX., March 16-18.

Spivey, J. P., and Lee, W. J. 1986. "The Use of Pseudotime: Wellbore Storage and the Middle Time Region". Paper SPE 15229 presented at the Unconventional Gas Technology Symposium of the SPE held in Louisville, Kentucky from 18-21 May.

Tiab, D. 1993. "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: I- Skin and Wellbore Storage". Paper SPE 25426 presented at the Production Operations Symposium held in Oklahoma City, March 21-23.