

Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica MACTA (Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes).

Strengthening the metric-geometric component from the interdisciplinary y proceses of fractal theory through a didactic sequence MACTA

Arbey Sánchez*, Harol Augusto Vargas**, Mauro Montealegre***

Resumen

A comienzos del siglo XX, cuando la geometría euclidiana estaba en su apogeo, surgió en las matemáticas una rama llamada geometría fractal que invitaba a estudiar estructuras geométricas que tenían cierta complejidad, con procesos de iteración infinita y autosimilitud, que hasta entonces eran consideradas como monstruos matemáticos. Autores como Poincaré¹, Gastón Julia², Cantor³, Sierpinski⁴, entre otros, fueron los precursores del estudio de la teoría fractal. En el presente artículo se dan a conocer los principios básicos de la Geometría Fractal, donde se adelantan aplicaciones con el fin de desarrollar una secuencia didáctica interdisciplinaria para fortalecer el pensamiento geométrico-métrico en los cursos de básica secundaria, especialmente en el grado noveno de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco de la Plata (H). Igualmente, se dan unas pautas para recomendar a la Institución Educativa y proponer la inclusión de dicha Geometría en algunos grados de básica secundaria, desde el área de matemáticas.

Palabras claves: geometría, fractal, complejidad, autosimilitud, iteración, interdisciplinaria, secuencia didáctica, pensamiento geométrico-métrico.

Abstract

At the beginning of the 20th century, when Euclidean geometry was at its peak, a branch called fractal geometry emerged in mathematics and invited to study geometric structures with certain

*Magíster en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad. Docente de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco la Plata (H). Catedrático Universidad Surcolombiana, La Plata (H). arbeys@yahoo.es

**Magíster en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad. Tutor del Programa Todos a aprender PTA. Catedrático Universidad Surcolombiana haroltavo88@hotmail.com

***Doctorado Universidad de Sao Pablo Matemática [Sp-Capital] Enero de 1993 - de 1996, Maestría/Magister Instituto De Matemática Pura E Aplicada Matemática, Especialización Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá Matemáticas. mmonteal@usco.edu.co

¹Henri Poincaré (1854-1912), fue un reconocido matemático, físico y filósofo francés. Propuso uno de los 7 problemas del milenio, llamado en topología la conjetura de Poincaré.

²Gaston Maurice Julia, fue un matemático francés, precursor de los fractales, construyó el “conjunto de Julia”

³Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor fue un matemático y lógico nacido en Rusia. Inventor con Dedekind y Frege de la teoría de conjuntos, que es la base de las matemáticas modernas.

⁴Wacław Franciszek Sierpinski, fue un matemático polaco. Son notables sus aportaciones a la teoría de conjuntos, la teoría de números, la topología y la teoría de funciones.

complexity through processes of infinite iteration and self-similarity which, until then, were considered mathematical monsters. Authors such as Poincaré, Gastón Julia, Cantor, Sierpinski, among others, were the precursors to the study of fractal theory. In this article, the basic principles of Fractal Geometry are presented, where applications are advanced in order to develop an interdisciplinary didactic sequence to strengthen geometric-metric thinking in secondary school courses, especially in the ninth grade of the Luis Carlos Trujillo Polanco Educational Institution in La Plata (H). Likewise, some guidelines are given to the Educational Institution as recommendations and propositions to include the aforementioned Geometry in some grades of secondary school from the mathematics area.

Key words: geometry, fractal, complexity, self-similarity, iteration, interdisciplinary, didactic sequence, geometric-metric thinking.

Introducción

Es de vital importancia para nuestros estudiantes tener un conocimiento acerca de la caracterización de figuras geométricas en una, dos y tres dimensiones, las cuales pertenecen a la geometría euclidiana; de igual forma, se considera pertinente reconocer que existe otro tipo de geometría perteneciente a las matemáticas discretas, denominada geometría fractal, dicha especialidad nos invita a estudiar la naturaleza de forma diferente; comprender la armonía de sus constantes cambios con representaciones y modelos matemáticos interdisciplinarios que permite llegar de manera más concreta a un conocimiento que no está propuesto en nuestro sistema educativo. Ahora bien, en la mayoría de las programaciones curriculares, esta teoría fractal no ha sido vinculada al sistema de la educación básica y media como parte fundamental del conocimiento a pesar de ser una de las ramas de la matemática, y que se han hecho grandes avances e investigaciones desde hace décadas.

Mandelbrot, padre de la geometría fractal en su libro “la geometría fractal de la naturaleza”, nos dio a entender que la geometría se está enseñando muy “seca”, sin tener en cuenta lo maravilloso de los elementos que hay alrededor en la naturaleza, es decir se orienta sin contexto. Una razón radica en la incapacidad para describir las formas de la naturaleza, por ejemplo, como es una nube, una montaña, la costa o un árbol. Las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las líneas costeras no son círculos y la corteza de un árbol no es lisa, ni los rayos viajan en línea recta.

(Mandelbrot,1973).

Así mismo, se debe tener en cuenta que para reconocer si es un fractal, debe suscitar dos situaciones: “autosimilaridad” y “dimensión”. Cuando hablamos de autosimilaridad significa que, al examinar pequeñas porciones de un objeto, la imagen que vemos no es más que una copia de nuestro objeto inicial. Por otro lado, al referirse a la dimensión hay que tener en cuenta el tipo de fractal que se referencia: unidimensional (conjunto de cantor), bidimensional (Carpeta de Sierpinski) o tridimensional (esponja de Menger). Con este trabajo presentamos otra forma de explicar la naturaleza desde la geometría fractal teniendo como herramientas básicas secuencias didácticas y software educativos como el GeoGebra, que permiten desarrollar y fortalecer el pensamiento matemático.

A nivel del saber matemático la teoría fractal sirve para estudiar diferentes formas de la naturaleza, arte, anatomía, tecnología; entre otras ciencias. Lo realmente interesante es la gran cantidad de aplicaciones presentes en nuestra cotidianidad y que en la mayoría de veces pasa desapercibida para muchas personas; a manera de ejemplo, si comparamos la semejanza entre dos árboles de las mismas características, observando sus hojas y haciendo comparaciones entre ellas se puede evidenciar que ambas tienen las mismas características, la cual es conocida en el mundo fractal como autosimilitud.

Dichas características presentes en los fractales han causado curiosidad tanto en el aprendizaje

como en la enseñanza, por tanto sugerimos que estas temáticas sean incluidas en los planes de área con el fin que en la mayoría de las programaciones de las Instituciones Educativas del Municipio de La Plata-Huila, creemos que la teoría fractal sea tenida en cuenta en el sistema educativo de la educación básica y media como parte fundamental del conocimiento; ya que es una rama de la matemática, la cual presenta grandes avances e investigaciones desde hace décadas; incluso tiene diversos exponentes matemáticos (Cantor, Mandelbrot, Sierpinski), físico (Jean Perrin), biólogo (José Aranda), artista (Wucius Wong- Echer), entre otros, que han causado innovación en avances tecnológicos, científicos y artísticos, tomando como objeto de estudio la geometría fractal.

En la vida práctica la geometría fractal tiene muchas aplicaciones, como las antenas para teléfonos móviles, usando la carpeta de Sienspirki lo que se manifiesta en dar una mayor y mejor recepción de las señales electromagnéticas. En medicina (Rodríguez, Prieto, Ortiz, Ronderos, & Correa, 2010) desarrollaron una metodología geométrica para la caracterización matemática objetiva del ecocardiograma pediátrico, a través de la mediación, utilizando dimensiones fractales de imágenes en sístole y diástole usando el método de Box-Counting los cuales permiten evaluar los procedimientos mediante el concepto de armonía matemática intrínseca. Los investigadores esperan que mediante este procedimiento se permita una evaluación simultánea de la estructura ventricular izquierda en sístole y diástoles, estableciendo un parámetro matemático de diferenciación objetiva y reproducible, entre normalidad y enfermedad. (p.80)

En tecnología Michael Barsley y Alan Sloan son dos matemáticos que trabajaban para la compañía Interated System, quienes implementaron un sistema de compilación con fractales, y a partir de esto crearon la famosa Enciclopedia Encarta, publicada por Microsoft hacia 1987.

No obstante, consideramos que hay muchas más aplicaciones de la geometría fractal, pero en este

documento solo vamos a mencionar algunas desde distintos campos de aplicación: “Comunicaciones; Modelado del tráfico en redes. Informática: Técnicas de compresión (audio y vídeo). Robótica: Robots fractales. Infografía: Paisajes fractales y otros objetos. Biología: Crecimiento tejidos, organización celular, Evolución de poblaciones, Depredador-presa. Matemáticas: Convergencia de métodos numéricos. Música: Composición musical. Física: Transiciones de fase en magnetismo. Química: Agregación por difusión limitada (DLA). Geología: Análisis de patrones sísmicos (Fenómenos de erosión, Modelos de formaciones geológicas). Economía: Análisis bursátil y de mercado”. (By fractal, 2008). Arte: Maurits Cornelis Escher (1898-1972): The Graphic Work, plantea el arte desde un enfoque matemático abstracto, modelando características de tipo fractal en algunas de sus obras artísticas.

A pesar de las muchas aplicaciones ya mencionadas de la teoría fractal, podemos afirmar que esta teoría y sus abordajes didácticos son prácticamente desconocidos en las IE del Departamento del Huila. Por ejemplo, indagando en los establecimientos educativos del Municipio de la Plata-Huila, se preguntó a los docentes: ¿Cómo enseña usted la geometría? La mayoría dieron como respuesta que se limitan a enseñar lo establecido en los planes de área, ya que es igual a lo aprendido en los cursos básicos de geometría euclidiana en el pregrado; es decir a partir de la geometría euclidiana. Hicimos otra pregunta. ¿Conocen o han oído hablar de la geometría fractal? La mayoría de los colegas respondieron que no. Es allí donde se está perdiendo las bondades de esta rama de las matemáticas, con las cuales se podría encaminar a los estudiantes una forma diferente de ver el mundo, con todas sus formas no convencionales y a la vez que son parte de su entorno.

De otra parte, el (MEN, 1998) considera que se pueden generar procesos de reflexión, ajustes progresivos por parte de los maestros, las comunidades educativas y los investigadores educativos (p.2), por lo tanto, los fractales se

pueden desarrollan en todos los niveles educativos de básica secundaria y media, como lo citó Cardona (2017) “Los fractales pueden ser vistos por los estudiantes de bachillerato usando un lenguaje fácil para ellos, basado en conceptos matemáticos que ya han aprendido en sus cursos de matemáticas (longitudes, perímetros, áreas, volúmenes, números fraccionarios), los cuales permiten de forma más creativa llamar la atención del educando, a la hora de crear un fractal en papel y como este capta la atención de él” (Estrada, 2004).

Teniendo como referentes los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia(MEN) y de acuerdo a con lo que menciona (Cardona, 2017) podríamos tener en cuenta que las competencias en las que se pueden fortalecer los estudiantes en el área de matemática están relacionadas con la teoría fractal, ya que es una herramienta de carácter interdisciplinar en la enseñanza de los componentes (Numérico-Variacional, Aleatorio y de datos, Métrico-Geométrico) curriculares establecidos, una manera asertiva de implicar dichos componentes es tomar el instrumento de consulta basado en los Estándares Básicos de Competencia (EBC), conocido como matriz de referencia, la cual representa los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia.

Con base en estos componentes el Ministerio de Educación Nacional, como estrategia para mejorar las competencias matemáticas, hace análisis a través de las evaluaciones anuales denominadas pruebas saber, aplicadas en los grados 3°, 5°, 9° y 11°, representadas mediante el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE). En consecuencia, y tomando como referencia los resultados del ISCE de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco, año 2016 al 2017, se evidencia debilidad en el componente Métrico-geométrico, incluyendo las tres competencias que a continuación se enuncian.

En la *competencia comunicación*: el 71%, de los estudiantes de la institución educativa en mención no usa sistemas de referencia para localizar o describir posición de objetos. En la

competencia resolución: el 72% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. En la *competencia razonamiento*: el 73% de los estudiantes no generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.

Por esta razón, el presente proyecto se encamina a fortalecer el componente Métrico-Geométrico desde procesos interdisciplinarios mediando la teoría fractal. Las áreas de estudio a transversalizar en esta investigación se desarrollarán mediante la secuencia didáctica MACTA (Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes). Para nuestra investigación se tomó como base de estudio el grado noveno, ya que presenta un nivel inferior en el componente Métrico-Geométrico evaluado por el ICFES.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

“Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.

Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas”. (MEN, 2007)

Para finalizar y teniendo como referencia todos los aportes hechos por los autores antes mencionados se puede inferir que, al conocer la teoría fractal el estudiante puede comprender de una mejor manera el mundo que lo rodea, que conlleva a desarrollar mejor su pensamiento geométrico métrico y poder contribuir al desarrollo del país aplicando los conocimientos nuevos adquiridos.

A nivel metodológico el presente proyecto pretende abordar la temática propuesta en la geometría euclidiana, fortalecida mediante uso de

la teoría fractal en forma práctica; por ejemplo, criterios de semejanza analizando el triángulo de Sierpinski, criterios de optimización en áreas de figuras geométricas utilizando el fractal nido de abeja, ya que se estructura es de forma hexagonal, en el arte tenemos los hiloramas, permiten al estudiante aumentar la creatividad e interactuar con formas más complejas de las matemáticas.

De igual forma con este proyecto pretendemos, a mediano plazo, hacer una sensibilización acerca de la importancia de incluir temáticas relacionadas con la teoría fractal de forma interdisciplinar en las diferentes áreas de estudio, principalmente enfocada en la educación básica dentro de las programaciones curriculares del área de matemáticas, así como también de compartir la experiencia con las demás instituciones educativas del Municipio de la Plata-Huila.

Sistematización del Problema

A nivel del saber matemático, ¿para qué sirve y que aporta a los estudiantes el dominio de la geometría fractal en la vida práctica?

¿Qué aprendizajes aportarán a los estudiantes los dominios de la teoría y la geometría fractal a través de la aplicación de una secuencia didáctica?

Enunciado del problema

¿Cómo fortalecer la enseñanza del pensamiento geométrico-métrico de forma interdisciplinar, tomando como objeto de estudio la teoría fractal, en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata -Huila?

El Objetivo general que se plantea en nuestra investigación es:

Fortalecer el pensamiento geométrico-métrico a través del diseño de una estrategia didáctica, basada en un enfoque interdisciplinar, para aplicar conceptos básicos de la teoría fractal con los estudiantes del grado 9° de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata, Huila.

Objetivos Específicos: Aplicar una estrategia

didáctica orientada a los estudiantes de grado 9° de la I.E Luis Carlos Trujillo, basada en la teoría y la aplicación de modelos fractales. Evaluar los resultados de la estrategia didáctica implementada con los estudiantes de la I.E Luis Carlos Trujillo Polanco.

Metodología y materiales

Tipo y enfoque de la investigación

El tipo de investigación es cualitativo y de carácter experimental, donde se vincula a docentes y estudiantes del grado 9°, en la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco del Municipio de la Plata-Huila, en donde a los estudiantes se les mostrará, otra forma de ver la geometría, teniendo en cuenta los recursos del medio, implementando el desarrollo de una secuencia didáctica (Figuras 1.a, 1.b, 1.c, 2.) y software libre (GeoGebra) para comprender de manera práctica la geometría euclidiana vinculando la fractalidad. Esta iniciativa se aplica pretendiendo fortalecer en los estudiantes el pensamiento geométrico métrico.

Universo de estudio, población y muestra

Universo: 13748 estudiantes de las Instituciones y sus sedes del Municipio de La Plata-Huila.

Población: 1047 estudiantes de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco

Muestra: 62 estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Luis Carlos Trujillo Polanco

Estrategias Metodológicas

Interacción con docentes mediante Sesión de Trabajo Situado (STS). se expondrá una conferencia con docentes para dar a conocer la teoría fractal desde un enfoque interdisciplinar teniendo como base las áreas de matemáticas, ciencias, tecnología y artes.

La interacción de los estudiantes, a través de la secuencia didáctica "Introducción al pensamiento métrico-geométrico desde la teoría fractal". En este momento se aplicará la estrategia didáctica,

a través del trabajo colaborativo entre los proponentes y docentes de la institución Educativa.

El uso de recursos y materiales didácticos. se usará la sala de sistemas y en compañía del docente de informática, dar a conocer el software GeoGebra, con el que pretende diseñar el fractal a partir del concepto de hilorama.

Modelación de resultados obtenidos en la simulación de modelos fractales. A partir de este momento se quiere que el estudiante plasme de forma real a través del arte, el diseño realizado con el software usando la técnica de hilorama.

“La geometría euclidiana a veces presenta dificultad en los estudiantes para entender las temáticas, por ser tan lineal, lo cual conlleva que los conocimientos nos sean aprendidos, dicha situación nos obliga a buscar estrategias sencillas que se puedan abordar en el aula de clase. Por tal razón se implementaron actividades pedagógicas en la institución educativa Luis Carlos Trujillo Polanco a través de la geometría fractal con el fin de acercarse cada vez más al concepto geométrico y sus diversas aplicaciones. Durante el desarrollo de la experiencia se usaron; guías didácticas, PC, software matemático (GeoGebra), video beam, hilos, tablas tipo MDF, puntillas, martillo para construir fractales, extraer propiedades de los mismos y visualizarlos a través del arte, con los cuales queremos fortalecer el pensamiento geométrico métrico, diseñados a través de 3 momentos y que a continuación se presentamos”: (Sanchez Rodriguez & Vargas Quintero, 2019)

Figura 1.a.

La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica

Nota: la figura 1.a. es construcción propia. La grafica es extraída de Vargas y Sánchez, 2019. Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica pag 186-188 (tesis para obtener el titulo de magister, Universidad Surcolombiana).

Figura 1.b.

La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica

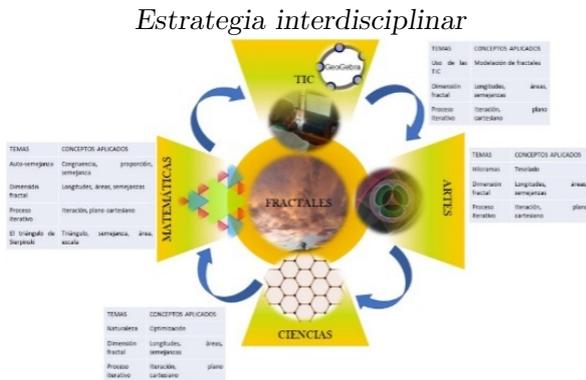
Nota: la figura 1.b. es construcción propia. La grafica es extraída de Vargas y Sánchez, 2019. Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica pag 189-192 (tesis para obtener el titulo de magister, Universidad Surcolombiana)

Figura 1.c.

La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica

Nota: la figura 1.c. es construcción propia. La grafica es extraída de Vargas y Sánchez, 2019. La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica : Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica pag 194-197 (tesis para obtener el titulo de magister, Universidad Surcolombiana).

Figura 2.



Nota: Construcción propia de Vargas y Sánchez, 2019. Explicación sintética del proceso interdisciplinario aplicado en la secuencia didáctica.

Esta secuencia se aplicó individualmente a los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Luis Carlos Trujillo del municipio de la Plata (Huila)

Resultados

Al observar el promedio en el área de geometría de los estudiantes del grado 9^{circ} en los tres primeros periodos, se puede evidenciar que el promedio más alto es 3,5484 perteneciendo al primer periodo académico (Figura 3.), por otra parte el periodo más bajo es 3,325; el cual pertenece al segundo periodo académico, de estos datos se puede deducir que el promedio del grupo bajo en un 6,295%. Para el tercer periodo se evidencia un aumento del 2,21% lo cual no es significativo. Podemos deducir que la enseñanza de la geometría antes de la propuesta se desarrollaba de forma lineal, es decir, de forma tradicionalista, donde el estudiante recibe la información del conocimiento presentada por el docente, lo que conlleva a que los estudiantes vayan perdiendo motivación e interés por el estudio. Como consecuencia, el desempeño en pruebas externas (Saber) no supera el nivel mínimo, este fenómeno se debe al planteamiento de las preguntas, ya que estas evalúan a los estudiantes por competencias desde problemas del contexto. Para Murillo (2014) el objetivo actual de la enseñanza de las matemáticas, es que los estudiantes puedan dar solución a situaciones del

contexto y emplear los conceptos o las destrezas para desenvolverse en la vida cotidiana; aunque para la mayoría de ellos, el aprendizaje de las matemáticas implica un gran esfuerzo (p.62).

Figura 3.

Análisis antes de la secuencia didáctica MACTA



Nota: La grafica es extraída de Vargas y Sánchez, 2019. La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica: Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica, pag 157 (tesis para obtener el título de magister, Universidad Surcolombiana)

Teniendo en cuenta la situación anterior nos dimos a la tarea de proponer una secuencia didáctica con la que esperamos fortalecer conocimientos básicos relacionados con los desempeños en los cuales los estudiantes han presentado falencias en los últimos dos años. Con esta propuesta se espera mejorar resultados, ya que las estrategias usadas en procesos anteriores no han demostrado resultados relevantes (Figura 4).

Figura 4.

Análisis por competencias después de aplicar la secuencia didáctica.



Nota: La grafica es extraída de Vargas y Sánchez, 2019. La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica : Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica, pag 159 (tesis para obtener el titulo de magister, Universidad Surcolombiana).

De acuerdo con los resultados finales se puede observar que la enseñanza de la geometría mediante el uso de las matemáticas discretas (fractales), aplicada a través de una secuencia didáctica aplicada y evaluada por competencias genera mejores resultados. Como se puede observar el promedio general del grado para el cuarto periodo superó las expectativas, logrando un promedio satisfactorio de 4,44. Esto nos hace inferir que el proyecto aplicado tuvo un impacto positivo en los estudiantes, sintieron a gusto por las temáticas que allí se plantearon, además se logró una fuerte motivación que llevó a tener unos buenos resultados en rendimiento académico para el cuarto periodo. Creemos que aplicando este tipo de estrategias fortalecemos los aprendizajes de una forma asertiva llevando los conocimientos aplicados hacia un enfoque complejo e interdisciplinar (Figura 5).

Figura 5.

Promedio del grado 9 por periodos en el año 2018.



Nota: La grafica es extraída de Vargas y Sánchez, 2019. La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica: Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica, pag 160 (tesis para obtener el titulo de magister, Universidad Surcolombiana).

Del escrito anterior se puede inferir que la secuencia didáctica obtuvo un impacto significativo a nivel de enseñanza aprendizaje, demostrando un rendimiento académico

satisfactorio para el cuarto periodo, logrando un aumento del 23,48% con respecto al tercer periodo. Estos resultados se lograron obtener debido a la mediación de estrategias interdisciplinarias abordadas desde la teoría fractal y situaciones problemas, tomando como ejemplo las áreas de Matemáticas, Ciencias, Tecnología y Artes, las cuales se abarcaron a través de competencias y no de contenidos. Analizando lo propuesto por en (MEN, 2006) confirma lo planteado anteriormente en los siguientes términos: [...] Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad (p.52).

Análisis y discusión general del instrumento: Al observar los promedios de los estudiantes de 9° obtenidos en los tres primeros periodos y compararlos con el promedio del cuarto periodo se evidencia un aumento significativo y homogéneo en el grupo, estos resultados se deben a la aplicación de la secuencia didáctica planteada en esta investigación, la cual generó motivación por parte de los estudiantes a realizar una muestra pedagógica de las actividades propuestas en el proyecto de investigación en la feria de las ciencias, organizada por la I.E Luis Carlo Trujillo Polanco. De dicha muestra se obtuvo reconocimiento pedagógico a nivel institucional, logrando proyección para el año 2019 de presentar dicho proyecto como propuesta de experiencia significativa involucrando la mayor cantidad de población perteneciente a la comunidad educativa. De acuerdo con el resultado antes mencionado el MEN (1998, p.18) recomienda que "Es necesario relacionar los contenidos de

aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”. Esta afirmación fortalece la enseñanza de las matemáticas discretas mediando procesos interdisciplinarios apoyados por problemas relacionados con contextos del diario vivir y fenómenos naturales.

Conclusiones

En la aplicación de la secuencia didáctica los estudiantes se sintieron atraídos por las estructuras geométricas generadas por los fractales, mediante los cuales se fortalecieron conceptos de áreas, perímetros, sucesiones y series, y conceptos propios de la teoría fractal como similitud, infinitud y autosimilitud.

De estos resultados se puede deducir, que, en la aplicación de la secuencia didáctica, los docentes y directivos evidenciaron en la teoría fractal una estrategia pedagógica interesante para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en temáticas relacionadas con el pensamiento métrico-geométrico. Teniendo como referencia los resultados obtenidos en la aplicación del proyecto de investigación se sustenta que la enseñanza de la teoría fractal se puede relacionar con conceptos básicos de la geometría euclidiana.

Referencias Bibliográficas

Zoya, L. G. R., & Aguirre, J. L. (2011). Teorías de la complejidad y ciencias sociales. Nuevas estrategias epistemológicas y metodológicas. *Nómadas. Critical Journal of Social and Juridical Sciences*, 30(2).

Almeida, A. A. (2006). *Fractales en la formación de profesores y su práctica en el aula (trabajo de tesis)*. Universidad Pontificia Católica de Sao Pablo, Sao Pablo.

By fractal. (2008). Obtenido de http://xfractal.blogspot.com/2008/06/aplicaciones-de-los-fractales_06.html

GRISALES, L. A. C., & DE PEREIRA, U. T.

ELEMENTOS DE LA GEOMETRÍA FRACTAL COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES DE LA MEDIA BÁSICA DEL CE BACHILLERATO EN BIENESTAR RURAL SEDE CIATO EN EL MUNICIPIO DE PUEBLO RICO MEDIANTE ELEMENTOS DE LA NATURALEZA.

Fuentes, M. A. (2018). *Complejidad, emergencia y cambio teórico* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación).

Osorio García, S. N. (2012). El pensamiento complejo y la transdisciplinariedad: fenómenos emergentes de una nueva racionalidad. *Revista Facultad de Ciencias Económicas: Investigación y Reflexión*, 20(1).

González, J. (2009). La teoría de la complejidad. *Dyna*, 76(157), 243-245.

Maldonado, C. E. (2015). Pensar la complejidad, pensar como síntesis. *Cinta de Moebius*, (54), 313-324.

Maldonado, C. E., & Gómez-Cruz, N. A. (2011). *El mundo de las ciencias de la complejidad: una investigación sobre qué son, su desarrollo y sus posibilidades*. Universidad del Rosario.

Mandelbrot, B. (1983). *La geometría fractal de la naturaleza* (1 edición ed.). Barcelona: Tusquets.

Matsumoto, K. (2015). *Fractales y algunas aplicaciones a la enseñanza (tesis de grado)*. Sao Pablo. Obtenido de http://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/86509/mod_resource/content/1/TCC%20Kau%C3%AA.pdf

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos curriculares en Matemáticas. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2007). MEN.

Estandares Basicos de Competencias en matematicas. <https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>

Rodríguez Miranda, R. (1995). *La teoría de fractales: aplicación experimental e implicaciones en la metodología de la ciencia* (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Nuevo León).

Morín, E. (2010). Complejidad Restringida, Complejidad General Inteligencia de la complejidad: epistemología y pragmática. *La Salle Francia: Le Seuil*.

Murillo Moreno, A. (2014). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación en la solución de situaciones cotidianas con fracciones.

Prigogine, I. & Stengers, I. (1987). La nueva

alianza. Madrid: Alianza.

Rodríguez-Velásquez, J. O., Prieto, S. E., Ortiz, L., Correa, C., & Ronderos, M. (2010). Diagnóstico matemático de ecocardiografías pediátricas con medidas de dimensión fractal evaluadas con armonía matemática intrínseca. *Revista Colombiana de Cardiología*, 17(2), 79-86.

Sanchez Rodriguez, A., & Vargas Quintero, H. (2019). La enseñanza de la "fractalidad" en educación básica : Procesos interdisciplinarios de la teoría fractal a través de una secuencia didáctica. EAE.

Wicius, W. (septiembre de 2018). *Fundamentos de diseño bi y tridimensional*. Obtenido de http://www.centroculturalhaedo.edu.ar/cch/actualizacion_permanente/Fundamentos%20del%20Diseno%20Bidimensional%20y%20tridimensional,%20Wucius%20Wong.pdf.