

PROCESOS DE INTERACCIÓN MATERIA-ENERGÍA A PARTIR DE LA MASA EQUIVALENTE DE LOS FOTONES

PROCESSES OF ENERGY-MATTER INTERACTION DERIVED FROM THE EQUIVALENT MASS OF PHOTONS

Hernando González Sierra*
Justo Pastor Valcárcel Montañez**
José Miguel Crisancho Fierro***

Resumen

Utilizando el principio de equivalencia masa-energía de la teoría especial de la relatividad construimos un modelo para describir la interacción de la materia con la energía.

Utilizamos este esquema para estudiar el efecto fotoeléctrico y la dispersión de Compton, obteniendo los mismos resultados predichos por la teoría cuántica antigua y la electrodinámica cuántica.

Palabras clave: energía, materia, dispersión de Compton, interacción.

Abstract

Using the principle of mass-energy equivalence based on the special theory of relativity we built a model to describe the interaction of matter with energy.

We used this scheme to study the photoelectric effect and the Compton dispersion, obtaining the same results found in the old quantum theory and quantum electrodynamics.

Key words: energy, matter, Compton's dispersion, interaction.

Introducción

El presente trabajo forma parte de los avances obtenidos en el desarrollo del proyecto de investigación institucional denominado "Masa equivalente de los fotones en los procesos de interacción de la materia con la radiación" ejecutado por el Grupo de Investigación en Física Teórica de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Surcolombiana.

Es conocido que la teoría especial de la relatividad fusiona los conceptos de masa y energía, a partir de la relación de Einstein, $E = mc^2$, implicando que estas dos cantidades son equivalentes y que es posible convertir masa en energía y viceversa¹.

Utilizando esta relación, ecuación conocida con el nombre de Principio de Equivalencia masa-energía, elaboramos un modelo que permite asociar una masa

Artículo recibido: 09/06/2009 Aprobado: 12/08/2009

* Doctor en Ciencias con especialidad en Física. Profesor de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Surcolombiana, Neiva. E-mail: hergosi@hotmail.com

** Doctor en Ciencias con especialidad en Físico-química. Profesor de la Facultad de Educación. Universidad Surcolombiana, Neiva. E-mail: jupaval@gmail.com

*** Doctor en Biofísica. Profesor de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Surcolombiana, Neiva. E-mail: micrista@usco.edu.co

¹ R. Resnick, *Conceptos de Relatividad y Física Cuántica* (México D.F.: Limusa Noriega Editores, 1994).

equivalente a los cuantos de la radiación electromagnética, con el propósito de poder describir su interacción con la materia. Desde esta perspectiva los procesos interactivos son del tipo radiación (fotón)→ partícula (electrón o partícula microscópica) y por esta razón el modelo recibe el nombre antes mencionado².

La Teoría Especial de la Relatividad, denominada la teoría de los invariantes, formulada por A. Einstein en 1905, modifica los conceptos newtonianos de espacio y tiempo absolutos, los cuales no dan cuenta de los resultados experimentales acerca del movimiento de partículas, con velocidades comparables a la de propagación de la luz en el espacio libre.

Los resultados del experimento de Michelson-Morley, para detectar la presencia del hipotético éter lumínico, obligaron a los físicos de la época a reevaluar los conceptos newtonianos de espacio y tiempo absolutos para poder explicar las divergencias entre experimento y teoría. En la mecánica clásica los conceptos de espacio y tiempo son independientes de tal manera que las transformaciones cinemáticas, entre observadores inerciales (llamadas transformaciones de Galileo), dan una escala universal de tiempo igual para todos los observadores inerciales. Desde estos puntos de vista resulta que las Ecuaciones de Maxwell no son invariantes ante las transformaciones de Galileo, implicando leyes diferentes para cada observador inercial colocando en tela de juicio la Electrodinámica de Maxwell.

Para dar cuenta de las inconsistencias entre los resultados del experimento de Michelson-Morley, las transformaciones de Galileo y las leyes del electromagnetismo, Einstein estableció la invalidez de las transformaciones de Galileo, declaró la invariancia de las leyes de la Física y la invariancia en la velocidad de propagación de la luz, para todos los observadores inerciales. Las implicaciones de los conceptos anteriores produjeron la sustitución del espacio y tiempo absoluto e inseparable por un continuo espacio-tiempo, el llamado espacio-tiempo de Minkowski y el reemplazo de las trans-

formaciones de Galileo, por las transformaciones de Lorentz³.

Trabajando en un espacio de cuatro dimensiones (espacio-tiempo de Minkowski) Einstein reescribió las transformaciones de Lorentz y predijo algunos efectos cinemáticos de la Teoría de la Relatividad Especial, cuando se aplicaban las transformaciones al mismo espacio-tiempo. Entre estos efectos se tiene que los observadores en movimiento medirán distintos intervalos de espacio (longitudes) y diferentes intervalos de tiempos (duración de los eventos).

Los intervalos de espacio, por ejemplo, una regla de un metro sostenida por un observador estacionario con respecto a la regla, tendrá una longitud menor para un observador que se mueve a una velocidad de $0.90c$. (c , velocidad de la luz). Este efecto cinemático es conocido como *contracción de la longitud* y ello no implica que los intervalos espaciales se acorten por culpa del movimiento relativo; lo que ocurre es que la marcha de los rayos de luz desde la regla al ojo del observador en movimiento toman cierto tiempo (no nulo) y esto modifica las mediciones de intervalos espaciales para observadores en movimiento.

Los intervalos de tiempo, duración de los eventos, resultaran más largos para observadores en movimiento relativo, con respecto a un observador que sostiene un reloj estacionario entre sus manos. Este efecto cinemático es conocido como *dilatación de los intervalos temporales* y, los diferentes observadores inerciales, tienen escalas de tiempo diferentes cuando se comparan sus mediciones en cada uno de los relojes. Este efecto de dilatación del tiempo ha sido corroborado experimentalmente a través de pruebas de viajes alrededor de la Tierra comparando un reloj fijo en la superficie con un reloj viajando en una nave espacial. También se ha comprobado que el tiempo de vida de unas partículas subatómicas, denominadas muones, es diferente cuando se mide en la Tierra que cuando se mide en un marco de referencia unido a los muones y en reposo con respecto a ellos⁴.

² H. González et al. *Conservación de la energía e interacción Radiación-Materia*. Libro informe proyecto de investigación "Masa equivalente de los fotones en los procesos de interacción materia-energía". Universidad Surcolombiana. 2007.

³ H. González et al., "Einstein y 100 años de nueva Física", *Entornos* No. 19 (2006), pp. 106-110.

⁴ R. Katz, *Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad* (México: Limusa Noriega Editores, 1968).

Las transformaciones de Lorentz, el principio de equivalencia masa-energía y la masa equivalente de los fotones

Las transformaciones de Lorentz para las coordenadas de un evento en el espacio-tiempo de cuatro dimensiones de Minkowski, cuando se considera movimiento relativo en la dirección del eje x con velocidad relativa u , se expresan de la siguiente manera⁵.

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right)\end{aligned}\quad (1)$$

En donde u es la velocidad relativa entre dos observadores inerciales, c es la velocidad de propagación de la luz y $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$ es el factor de Lorentz. La ecuación (1) se reduce a las transformaciones de Galileo para movimientos lentos ($u \ll c$).

Las transformaciones de Lorentz de las coordenadas implican también *ecuaciones de transformación* en algunas cantidades físicas para poder preservar las leyes de conservación. La ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal de una partícula con masa de reposo m_0 (masa de la partícula medida por un observador en reposo con respecto a la partícula) es válida si otro observador inercial que se mueve a velocidad relativa u con respecto al observador en reposo mide una masa relativista m dada por la ecuación

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\quad (2)$$

De tal forma que la segunda ley de Newton, $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ es válida con esta transformación de la masa inercial. Al usar el teorema del trabajo y la energía cinética para una partícula, de acuerdo con la ecuación (2), resulta que la

energía total de la partícula se puede expresar mediante la relación

$$E = K + m_0c^2 = mc^2\quad (3)$$

E , es la energía total de la partícula, K la energía cinética, m_0 , la masa de reposo, c la velocidad de la luz y m la masa relativista. Para una partícula en reposo con respecto a un observador se obtiene que su energía total, se expresa mediante⁶.

$$E_0 = m_0c^2\quad (4)$$

Lo cual indica que toda partícula posee una energía de reposo que se origina debido a que tiene una *masa inercial*. Este es el Principio de Equivalencia masa-energía: la masa inercial se puede convertir en energía y la energía se puede convertir en masa.

Existe una relación entre la cantidad de movimiento, P , de una partícula relativista y su energía total, E , la cual se expresa mediante la ecuación

$$E^2 = m^2_0c^4 = P^2c^2\quad (5)$$

Una aplicación especial de esta ecuación se obtiene para partículas de masa en reposo nula, como por ejemplo el fotón, para la cual, la ecuación (5) se convierte en

$$E = Pc\quad (6)$$

La relación de Planck, acuñada por Einstein y usada para explicar el efecto fotoeléctrico para un fotón, establece una relación entre su energía total, E , y su frecuencia, ν , o su longitud de onda, λ , de acuerdo con [15]

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}\quad (7)$$

Ecuación conocida como la relación de Einstein.

La hipótesis de De Broglie, otro de los pilares de la Mecánica cuántica, expresa que las partículas microscópicas tienen propiedades ondulatorias y que se les puede asociar una longitud de onda llamada longitud de onda de De Broglie, λ_B dada por⁷

⁵ P.A. Tipler, *Fundamentos de Física Moderna* (New York: Worth Publishers, 1999).

⁶ H.E. White, *Física Moderna*, Volumen 2. (México D.F.: Limusa Noriega Editores 1998).

⁷ V. Acosta et al., *Curso de Física Moderna*, (México D.F.: Harla, 1973).

$$\lambda_B = \frac{h}{P} \quad (8)$$

h es la constante de Planck y P la cantidad de movimiento de la partícula.

Tomando la ecuación (5), para la energía total de una partícula relativista, y la relación de Einstein ecuación (7), para el cuanto del campo electromagnético, y con base en la consistencia entre la teoría especial de la relatividad y la mecánica cuántica se admite que, para el caso de un fotón, la igualdad de estas ecuaciones conduce a

$$m_f = \frac{h/c}{\lambda} = \frac{s}{\lambda} \quad (9)$$

s es una constante de proporcionalidad cuyo valor es $(2,21 \times 10^{-42} \text{ kg.m})$ y m es la masa equivalente del fotón. De esta manera, la masa equivalente de un fotón es inversamente proporcional a su longitud de onda; esto indica, por ejemplo, que la masa equivalente de un fotón de luz ultravioleta es menor que la masa equivalente de un fotón de Rayos X.

La ecuación (9) nos permite evaluar la masa equivalente de un fotón cuando conocemos su longitud de onda λ , haciendo uso de la dualidad onda-partícula. En este contexto se ha elaborado un esquema de masa equivalente para los fotones, considerados como partículas, y se usa para describir algunos procesos como el efecto Compton, el efecto fotoeléctrico utilizando la (9) y el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

La relación entre la longitud de onda de un fotón, λ y su frecuencia es

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (10)$$

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación en la ecuación (9) obtenemos

$$m_f = \frac{s}{c} \nu = \ell \nu \quad (11)$$

La razón $s/c = \ell$ tiene el valor $7,3 \times 10^{-51} \text{ kg.s}$ en el sistema internacional de unidades.

Describiremos dos procesos utilizando este esquema de masa equivalente para mirar su comportamiento y para

comparar nuestro modelo teórico partícula-partícula con otras aproximaciones ya establecidas: el efecto fotoeléctrico y la dispersión Compton.

Efecto fotoeléctrico

En este proceso la masa equivalente del fotón se distribuye entre el trabajo aplicado necesario para extraer el electrón y la parte remanente; ésta es adicionada a la masa en reposo del electrón. En otras palabras, la masa equivalente del fotón es repartida entre la función de trabajo del material, energía mínima necesaria para desligar el electrón, y la energía cinética adquirida por el electrón.

En nuestro esquema de masa equivalente para describir las interacciones de la radiación con la materia se introduce una serie de conceptos y definiciones que consideramos útiles:

a) Se supone que los fotones tienen una masa equivalente, definida a partir del principio de equivalencia masa-energía de la teoría especial de la relatividad y de la relación de Einstein, la cual está dada por la ecuación (11).

b) Consideramos que las interacciones entre la radiación electromagnética y la materia se deben a intercambios partícula-partícula: los fotones de la radiación electromagnética son partículas con masa equivalente y cantidad de movimiento y la materia participa en estos procesos a través de partículas microscópicas como electrones, protones, neutrones, átomos, y otras. Generalmente, en estos procesos de interacción, los fotones pueden ceder diferentes cantidades de masa equivalente, ceder toda su masa equivalente o simplemente dispersarse conservando toda su masa equivalente.

c) Después del proceso de interacción las partículas de materia sufren una **transición** que se va a caracterizar por un nuevo estado en el cual ellas poseen masas efectivas distintas a sus masas originales y cantidades de movimiento diferentes. De acuerdo al tipo de proceso se tienen cantidades físicas diferentes después de la transición.

d) Usamos como complemento a las anteriores definiciones la ley de conservación de la masa y la ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

En el efecto fotoeléctrico se produce una transición para el electrón: el paso de un estado ligado a un estado libre. Siendo m_f la masa equivalente del fotón incidente, $m_m = \frac{W_m}{c^2}$, el equivalente en masa del trabajo de extracción del material y m_e la masa del fotoelectrón liberado, la conservación de la masa para el proceso produce la ecuación

$$m_f = \frac{W_m}{c^2} + m_e \quad (12)$$

El fotón es absorbido completamente y desaparece. Sustituyendo la ecuación (12) en la ecuación (11) se obtiene

$$\ell v = \frac{W_m}{c^2} + m_e \quad (13)$$

No todos los electrones requieren la misma cantidad de masa para experimentar su transición de fase a fotoelectrones. Los electrones ubicados en la banda de conducción necesitan menos masa, un valor mínimo $\frac{(W_m)_{\min}}{c^2}$, que da una masa mínima para los fotones que producen la transición de fase, dada por

$$(m_f)_{\min} = \ell(v)_{\min} = \frac{(W_m)_{\min}}{c^2} \quad (14)$$

Esta masa equivalente mínima para los fotones, $(m_f)_{\min} = (m_p)_0$, la denominamos **masa umbral del fotón**. La energía mínima, $(W_m)_{\min} = W_0$, se denomina **función de trabajo** del metal y los fotoelectrones que adquieren mayor masa, $(m_e)_{\max}$, obedecen la siguiente ecuación

$$(m_e)_{\max} = \ell v - \frac{W_0}{c^2} \quad (15)$$

La cual es obtenida a partir de la ecuación (13) para el valor umbral de W_m .

Estos fotoelectrones que adquieren la mayor masa la convierten en energía cinética relativista de acuerdo con la ecuación (3)

$$E = K + m_0 c^2 = m c^2$$

De manera que

$$(K_e)_{\max} + m_0 c^2 = [(m_e)_{\max} + m_0] c^2 \quad (16)$$

Habiendo definido la **masa efectiva del fotoelectrón** como

$$m_e^* = [(m_e)_{\max} + m_0] \quad (17)$$

Despejando el término de masa efectiva máxima para el fotoelectrón obtenemos

$$(m_e)_{\max} = \frac{(K_e)_{\max}}{c^2} = \frac{eV_0}{c^2} \quad (18)$$

En donde es el **potencial de frenado** y e es la carga eléctrica del fotoelectrón.

Con los datos dados en las ecuaciones anteriores llegamos al resultado

$$\frac{eV_0}{c^2} = \ell v - \frac{W_0}{c^2} \quad (19)$$

Reemplazando el valor $\ell = \frac{s}{c} = \frac{h/c}{c} = \frac{h}{c^2}$ se tiene

$$V_0 = \frac{h}{e} v - \frac{W_0}{e} \quad (20)$$

La cual es la Ecuación de Einstein del Efecto Fotoeléctrico.

Se ha mostrado que nuestro modelo de masa equivalente para los fotones reproduce los mismos resultados, para el efecto fotoeléctrico, que los obtenidos usando el principio de conservación de la energía. Aunque el procedimiento es un poco más complicado, a diferencia del utilizado por la Física Cuántica, tenemos un conjunto de definiciones y conceptos que podríamos explorar con alguna profundidad. Nuestro modelo de masa equivalente de los fotones en los procesos de interacción de la radiación con la materia y el esquema teórico de interacción partícula-partícula, nos permite obtener los siguientes resultados adicionales:

1) Conocidas las funciones de trabajo de las superficies metálicas, ya determinadas experimentalmente,

podemos calcular las masas equivalentes mínimas o umbrales de los fotones que dan lugar al proceso de transferencia de fase de los electrones ligados a fotoelectrones.

La Tabla de Datos 1 muestra las funciones de trabajo de algunos elementos y, a partir de estos valores, determinamos las masas equivalentes mínimas de los fotones que dan lugar a la emisión de fotoelectrones.

Tabla 1. Valores experimentales de la función de trabajo.

Elemento	Función de Trabajo, eV
Aluminio	4,3
Carbono	5,0
Cobre	4,7
Oro	5,1
Níquel	5,0
Silicio	4,8
Plata	4,3
Sodio	2,7
Zinc	4,3
Cesio	1,91

Utilizando la ecuación (14) obtenemos las masas equivalentes umbrales de los fotones en Kg y en Mev.

Tabla 2.

Elemento	Masas equivalentes umbrales, en Kg	Masas equivalentes umbrales, en Mev
Aluminio	$7,64 \times 10^{-34}$	$4,3 \times 10^{-6}$
Carbono	$8,88 \times 10^{-34}$	$5,0 \times 10^{-6}$
Cobre	$8,35 \times 10^{-34}$	$4,7 \times 10^{-6}$
Oro	$9,06 \times 10^{-34}$	$5,1 \times 10^{-6}$
Níquel	$9,06 \times 10^{-34}$	$5,0 \times 10^{-6}$
Silicio	$8,53 \times 10^{-34}$	$4,8 \times 10^{-6}$
Plata	$7,64 \times 10^{-34}$	$4,3 \times 10^{-6}$
Sodio	$4,80 \times 10^{-34}$	$2,7 \times 10^{-6}$
Zinc	$7,64 \times 10^{-34}$	$4,3 \times 10^{-6}$
Cesio	$3,39 \times 10^{-34}$	$1,91 \times 10^{-6}$

2) Determinadas las masas equivalentes mínimas o umbrales de los fotones podemos ubicar las regiones del espectro electromagnético en que se encuentran los fotones que producen estas transiciones de fase fotoeléctricas.

Podemos en este punto introducir una cota experimental para la masa del fotón que es menor a 6×10^{-22} Mev, de acuerdo al reporte del año 2006 de **Particle Data Group**. Algunas de estas medidas experimentales se realizan a bordo de satélites en el espacio exterior; sin embargo, las mediciones hechas en Tierra en sistemas a baja temperatura crítica, entre 1,24 K y 1,36 K, dan resultados que se aproximan a los valores de $8,5 \times 10^{-16}$ Mev.

Controles hechos sobre ondas de radio dispersadas por el Sol suben la cota para las masas de los fotones a un valor de $1,4 \times 10^{-13}$ Mev. Como podemos observar, estos cálculos corresponden a los fotones que se encuentran en la región de radiodifusión⁸. Es una extraña coincidencia observar que nuestros valores teóricos para la masa equivalente de los fotones están en cercano acuerdo con estas mediciones experimentales.

Desde el punto de vista teórico se sugiere que es posible que la invariancia de norma del electromagnetismo pudiera estar rota a alguna baja temperatura, lo cual implicaría que los fotones adquieren masa y que esta puede tener valores pequeños. El restablecimiento de la simetría de norma del electromagnetismo, a una temperatura dada, dejaría nuevamente a los fotones sin masa.

Efecto Compton

En el efecto Compton, los fotones incidentes son dispersados por electrones libres, perdiendo parte de la masa equivalente que llevaban inicialmente. Los fotones experimentan una transición desde un estado inicial de masa equivalente $(m_f)_i$ a un estado final de masa equivalente $(m_f)_f$. Los electrones también sufren una transición pasando de un estado inicial de masa efectiva $(m_e)_i = m_0$ a un estado final de masa efectiva $(m_e)_f$.

La ley de conservación de la masa para el proceso la podemos expresar por la siguiente ecuación

$$(m_f)_i + m_0 = (m_f)_f + (m_e)_f \quad (21)$$

⁸ H. González et al., "Masa equivalente de los fotones a partir del principio de equivalencia masa-energía" (ponencia presentada en el II encuentro regional de Ciencias Físicas, Montería, octubre 5 de 2006).

Usando la masa equivalente del fotón, $m_f = \frac{h\nu_f}{c^2} = \frac{h}{\lambda_f c}$, y definiendo la cantidad de movimiento lineal del fotón como

$$P_f = m_f c \quad (22)$$

Entonces,

$$\lambda_f = \frac{h}{P_f} \quad (23)$$

La ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal la expresamos de la siguiente manera

$$P_e^2 = (P_f)_i^2 + (P_f)_f^2 - 2(P_f)_i(P_f)_f \cos\theta \quad (24)$$

Donde P_e , $(P_f)_i$, $(P_f)_f$ son las cantidades de movimiento lineal para el electrón, el fotón incidente y el fotón dispersado, respectivamente.

Sustituyendo la cantidad de movimiento de la ecuación 23, para el fotón incidente y el fotón dispersado, en la ecuación 24 obtenemos

$$P_e^2 = \frac{h^2}{(\lambda_f)_i^2} + \frac{h^2}{(\lambda_f)_f^2} - \frac{2h^2 \cos\theta}{(\lambda_f)_i(\lambda_f)_f} \quad (25)$$

Usando la ecuación relativista, para el electrón, que relaciona la cantidad de movimiento con la energía total

$$E_e^2 = m_e^2 c^4 = P_e^2 c^2 + m_0^4 c^4 \quad (26)$$

Y la masa equivalente de los fotones dada por

$$m_f = \frac{P_f}{c} = \frac{h/\lambda_f}{c} = \frac{h}{\lambda_f c} \quad (27)$$

La serie de ecuaciones ecuación (21) hasta ecuación (27) se satisfacen simultáneamente, de manera que combinándolas se obtiene

$$(\lambda_f)_f - (\lambda_f)_i = \Delta\lambda_f = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \quad (28)$$

Resultado que es la ecuación para el Corrimiento Compton. En el proceso de derivación de la ecuación del efecto Compton hemos utilizado la ecuación,

$m_f = \frac{h\nu_f}{c^2} = \frac{h}{\lambda_f c}$, que es la de asociar una masa equivalente al fotón. Se obtiene al igualar la energía total relativista para el fotón expresado en función de su momento lineal

$$E = P_f c \quad (29)$$

Y la energía relativista, también para el fotón, en términos de su masa equivalente

$$E = m_f c^2 \quad (30)$$

Conclusiones

Partiendo del principio de equivalencia masa-energía de la teoría especial de la relatividad hemos construido un modelo para la interacción entre materia y energía. Este esquema teórico denominado *modelo de interacción partícula-partícula* tiene la característica de que a los fotones se les asocia una masa equivalente.

Utilizando el modelo de interacción partícula-partícula hemos estudiado dos procesos: el efecto fotoeléctrico y la dispersión Compton. Encontramos que el modelo describe adecuadamente los procesos mencionados y que obtenemos los mismos resultados que la teoría cuántica antigua y la electrodinámica cuántica.

Con la aplicación del modelo partícula-partícula hemos conseguido algunas ventajas de tipo teórico que podrían servir como punto de partida para describir adecuadamente un proceso físico no entendido completamente: la superconductividad a alta temperatura crítica.

Debido a su riqueza conceptual y la posibilidad de adaptabilidad, el modelo puede ser aplicado en otros contextos teóricos de la Física contemporánea como son: súper fluidez, transiciones de fase y fenómenos críticos.

Referentes bibliográficos

Acosta, V. Cowan, C.L. y Graham, B.J. *Curso de Física Moderna*. México D.F.: Harla, 1973.

González, Hernando, Valcárcel, J.P. y Araujo, D. *Conservación de la energía e interacción Radiación-Materia*, Libro informe proyecto de investigación "Masa equivalente de los fotones en los procesos de interacción materia-energía". Universidad Surcolombiana. 2007.

González, Hernando, Valcárcel, J.P. y Araujo, D. "Masa equivalente de los fotones a partir del principio de equivalencia masa-energía". Ponencia presentada en el II encuentro regional de Ciencias Físicas, Montería, octubre 5 de 2006.

González, Hernando *et al.*, "Einstein y 100 años de nueva Física", *Entornos* No. 19 (2006), pp. 106-110.

Katz, R. *Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad*, México D.F.: Limusa Noriega Editores, 1968.

Resnick, R. *Conceptos de Relatividad y Física Cuántica*, México D.F.: Limusa Noriega Editores, 1994.

Tipler, P.A., *Fundamentos de Física Moderna*, New York: Worth Publishers, 1999.

White, H.E. *Física Moderna*, Volumen 2. México D.F.: Limusa Noriega Editores, 1998.