



Actividades asociadas a la construcción del concepto de área en estudiantes de 8 a 12 años, síntesis de una experiencia

Karen Lizeth Bolaños Madrigal

Universidad Surcolombiana, Neiva, Huila, Colombia
martha.mosquera@usco.edu.co

Martha Cecilia Mosquera Urrutia

Universidad Surcolombiana, Neiva, Huila, Colombia
2022209848@usco.edu.co

Resumen

Se presentan algunas actividades matemáticas seleccionadas por los miembros del Semillero CAMATH, adscrito al programa de licenciatura en matemáticas de la Universidad Surcolombiana, con el fin de trabajar el concepto de área con estudiantes de 8 a 12 años de edad, que participan en el Club de Matemáticas. El ejercicio de diseñar, implementar y evaluar las actividades, ha permitido: - desvirtuar la creencia que para conceptualizar sobre el área es suficiente con enseñar métodos y fórmulas de cálculo, - retomar aspectos fundamentales de las actividades de contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar e inducir, y - visualizar la matemática como un fenómeno social y una actividad humana.

Palabras Clave: Actividades matemáticas universales esenciales, Estudio de Clases, números figurados, poliminós, cuadrados dentados.

Activities associated with the construction of the concept of area in students from 8 to 12 years old, synthesis of an experience

Abstract

Some mathematical activities selected by the members of the CAMATH Seedbed, attached to the bachelor's degree program in mathematics of the Universidad Surcolombiana, are presented, in order to work on the concept of area with students from 8 to 12 years of age, who participate in the Mathematics Club. The exercise of designing, implementing and evaluating the activities has made it possible to: - distort the belief that in order to conceptualize the area it is sufficient to teach calculation methods and formulas, - to take up fundamental aspects of the activities of counting, locating, measuring, designing, playing and explaining and inducing, and - to visualize mathematics as a social phenomenon and a human activity.

Keywords: Essential Universal Math Activities, Class Study, Figured Numbers, Polyminos, Serrated Squares.

Introducción

Si volvemos nuestros ojos a la antigüedad encontramos que en el tiempo de Pitágoras se pensaba que para medir el área solo eran necesarios los números que se empleaban para el conteo; sin embargo, los mismos pitagóricos fueron cambiando de idea cuando se encontraron con los números irracionales, ya que este hallazgo los llevó a un pensamiento más abstracto y elaborado; como encontrar la proporción entre el lado del cuadrado y su diagonal.

De otro lado Euclides, usó teorías de medición sin el uso de la métrica, a través de su método de aplicación de áreas, con el cual logró resolver el problema de la cuadratura al menos para el caso de las figuras poligonales.

Pasando a la escuela, se hace evidente que ni en el caso de los maestros y tampoco en los libros de texto, hay lugar para este tipo de análisis, la mayoría de los estudiantes de licenciatura en matemáticas y docentes en ejercicio sujetos de esta indagación, opinaban que para comprender el concepto de área, bastaba solamente con enseñar las fórmulas; fórmulas que en la mayoría de los casos no se sabe de donde provienen, reduciéndose con ello el proceso de enseñanza-aprendizaje a la repetición mecánica de las fórmulas y los algoritmos de cálculo.

En ese orden de ideas y después de analizar algunos libros de texto, los resultados de evaluaciones externas y una encuesta a los docentes en ejercicio, se hizo evidente la necesidad de realizar un estudio epistemológico, a través del cual los miembros del semillero adquirieran fundamentos teórico prácticos para planificar las actividades y proponer tareas a través de las cuales se lograra una comprensión profunda del concepto de área por parte de los niños de 8 a 12 años.

Para lograrlo se diseñaron cinco actividades, una para cada grupo etario, los problemas que se trabajaron para cada una de ellos variaban desde problemas en los cuales los estudiantes debían clasificar figuras geométricas sencillas de acuerdo con su tamaño; problemas de conservación del área, problemas de transformación de una figura en otra con el fin de deducir y /o comprobar fórmulas, algunas demostraciones y problemas que implican el uso del Teorema de Pitágoras y del Tangram Chino como material didáctico.

En lo relacionado con el Teorema de Pitágoras, el estudio sobre el área se extendió al análisis de los patrones que embellecen los cestos africanos y algunas telas, conocidos como cuadrados dentados.

La actividad de extensión se hizo midiendo el área en triángulos equiláteros con el fin de lograr desarrollar procesos de generalización, en el contexto del desarrollo del pensamiento variacional.

Entre los logros que ya se hacen evidentes dentro del proceso, se cuenta el interés y alto grado de motivación de los participantes y una mejora significativa en las actividades propias del estudio de clases.

Las primeras tareas en relación con el estudio de clases (actividad de los integrantes del semillero)

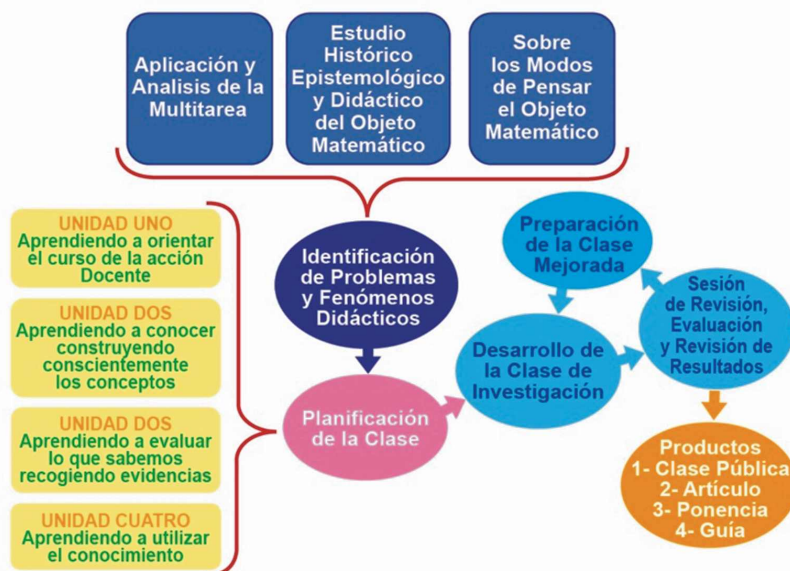
Conformación de los equipos de trabajo: los equipos se integran de manera voluntaria por cuatro o seis semilleras; para empezar, se hace una asignación de roles que serán ejecutados por ellos de manera rotativa (relator/a, correlator/a, protocolante y moderador/a), donde lo más importante es realizar un trabajo reflexivo para adquirir conciencia sobre algunas dificultades que tenemos como profesores al asumir la enseñanza y adquirir elementos teórico-prácticos para implementar el modelo del Estudio de Clases japonés en matemáticas (*jyugyo-kenkyu*). (Ver figura 1)

Figura 1
 tareas iniciales del trabajo en el semillero (elaboración propia)



La estrategia: el estudio de clases implica tres fases: **Planificar la sesión de trabajo** (por un miembro del equipo en el marco de objetivos comunes, que para este caso consisten en diseñar, implementar y evaluar las actividades) en esta fase se escoge el objeto matemático de estudio, las competencias que se van a desarrollar, el problema y la pregunta, como también la persona encargada de realizar la clase de investigación, **Implementar la actividad** (con el apoyo y participación de quienes intervinieron en la planificación) y **Discutir el éxito de la actividad** (en función de la planificación, para su mejoramiento y nueva implementación) (Ver figura 2)

Figura 2
 Ciclo y Fases del Estudio de Clases (Elaboración Propia)



Selección del problema de la sesión y diseño de actividades, consideraciones teóricas

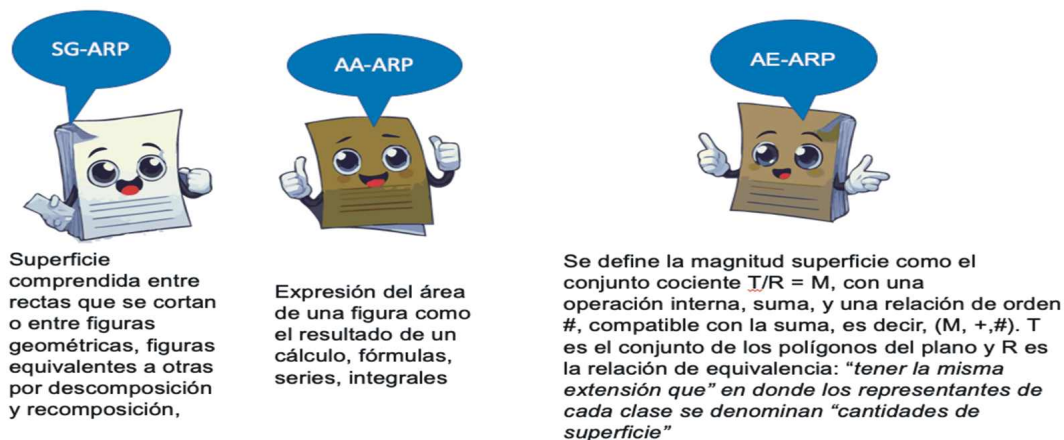
Con el grupo de la referencia se decidió trabajar problemas que implican medir o calcular áreas con estudiantes de entre 8 y 12 años de edad, a partir de un enfoque cognitivo que ocupa los modos de pensamiento de Anna Sierpinska (Sierpinska, 2000).

Figura 3
 Modos de Pensamiento (Elaboración Propia)

MODO SINTÉTICO GEOMÉTRICO SG	MODO ANALÍTICO ARITMÉTICO AA	MODO ANALÍTICO ESTRUCTURAL AE
Se caracteriza porque la mente trata de describir los objetos, En este modo los objetos se expresan a través de figuras geométricas, puntos, rectas, planos y cuerpos geométricos.	Los objetos se representan a través de fórmulas que permiten calcularlos, por ejemplo los puntos pasan a ser pares ordenados, las rectas ecuaciones lineales.	Los objetos se comprenden por las propiedades, que poseen axiomas que permiten explicarlos.

Modos de pensamiento Sierpinska (2000); Parraguez (2012) es un marco teórico del orden cognitivo que se utiliza para explicar los modos de pensar teóricamente un objeto matemático, el marco surge en el contexto del álgebra lineal al tratar de superar el obstáculo epistemológico que se produce al confrontar el aspecto geométrico (pensamiento práctico) con el aspecto teórico (pensamiento teórico) dando origen a tres modos de pensamiento: (Figura 3) y Modos de Pensamiento para el Área de Regiones Planas, en adelante: MP-ARP (Figura 4)

Figura 4
 Modos de Pensar el Área de Regiones Planas MP-ARP (Elaboración propia)



Estos MP-ARP suponen el uso de dos teorías matemáticas para el tratamiento del concepto: en el modo sintético geométrico se emplea la teoría euclidiana que no contiene la idea de número, es de carácter geométrico y se sustenta en la equidescomponibilidad; los modos analíticos se basan en la teoría hilbetiana y suponen en primer lugar la existencia del conjunto de los números reales y en segundo lugar la relación de equidescomponibilidad como una clase de equivalencia que le hace corresponder a cada clase un número real que es la medida de su área. (Mora Mendieta, Torres Díaz, & Luque Arias, 2006, pág. 137)

Por ejemplo en un triángulo: el semiproducto de un lado por la altura correspondiente, es un número positivo y es la medida de su área y se cumple que: (1) Triángulos congruentes tienen igual área (2) Si un triángulo se divide en un número finito de triángulos sin puntos interiores comunes, el área del triángulo es la suma de las áreas de cada uno de los triángulos que lo componen y (3) Si dos triángulos son semejantes la razón de sus áreas es el cuadrado de la razón de dos lados cualesquiera correspondientes. (Mora Mendieta, Torres Díaz, & Luque Arias, 2006, pág. 122)

En el trabajo con los participantes del Club de matemáticas, se enfatiza bastante en la matemática como un fenómeno social y como una actividad humana, en el sentido de comprender que es una actividad que existe en todas las culturas, esto nos permite centrar el trabajo en las actividades que Alan Bishop (1988) *Actividades Matemáticas Universales Esenciales* fundamentales para el desarrollo de las matemáticas en la cultura, porque todas las culturas han desarrollado sus conocimientos nuevos relacionados con estas actividades, para satisfacer demandas o resolver problemas del entorno, dichas actividades son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar.

Haciendo referencia al paradigma constructivista, según el cual, al plantear un problema al estudiante, se pretende con éste, construir nuevos conocimientos matemáticos, para lo cual, en un primer momento, el estudiante no tiene los elementos suficientes para dar solución a la situación planteada, el estudiante es capaz de decidir si la solución que plantea se ajusta o no al problema y "el conocimiento que se desea que el alumno adquiera ("construya") ha de ser la herramienta más adecuada para resolver el problema al nivel de conocimientos del alumno" (Douady, 1986, citado por Acuña & Saiz, 2006, parra 11).

Las tareas

Se tomaron entonces cinco actividades, planteadas por Mora, Torres y Luque y para nuestro caso hicimos una adaptación de los materiales.

Tarea 1: formar figuras

Para formar una figura con cuadrados del mismo tamaño tomados cada uno como unidad, se colocan unos al lado de otros de tal forma que uno de los lados de cada cuadrado coincida con uno de los lados de otro y sin que los cuadrados se traslapen o superpongan.

Tarea 2: formar rectángulos y cuadrados

Esta tarea incluye construir las figuras y transformarlas para observar sus propiedades

Tarea 3: construir una tabla

Establecer criterios para organizar los datos en la tabla (rectángulos de lados $n \times m$ y cuadrados de lado n . (encontrar regularidades)

Tarea 4: formular una teoría

Teorema 1. Si los lados de un rectángulo son de longitud n , m respectivamente, el área es igual a $n \cdot m = m \cdot n$,

Teorema 2. Dado un número n , existe un único rectángulo de área n , si y solo si n es un número primo.

Teorema 3. Si se construye un cuadrado de lado $a + b$, el área se puede expresar de dos maneras diferentes:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Teorema 4. Si se construye un rectángulo de lados a y $m + n$, el área se puede expresar de dos maneras:

$$a \cdot (n + m) = a \cdot n + a \cdot m$$

Tarea 5: formular una teoría

Según el teorema 2, si n es un número que no es primo, ¿cuántos rectángulos de área n se pueden construir?

Tarea 5: encontrar contextos en los cuales los conceptos adquieren significado

Construir e identificar en el entorno: números cuadrados, triangulares y cuadrados dentados, observar sus propiedades y comparar los hallazgos con la teoría.

Resultados

Como resultado inicial del trabajo colaborativo en el semillero, se ha logrado sistematizar un set de actividades que se vienen implementando en el trabajo con los participantes en el Club de Matemáticas y en nuestras prácticas de enseñar y aprender matemáticas.

Se evidencia el entusiasmo y el compromiso con el que niños y niñas asumen las actividades.

A nivel de las instituciones educativas, ya se tienen referencias sobre posturas en clase de los participantes en el club de matemáticas.

A nivel de la Universidad Surcolombiana, estas actividades se han puesto en práctica con participantes en El Tour Científico que organiza la Vicerrectoría de Investigación y Proyección Social.

En estos momentos nos encontramos en el proceso de sistematización de la información y redacción de los informes correspondientes.

Citas textuales

Mora Mendieta, L., Torres Díaz, J., & Luque Arias, C. (2006). Presentan las normas generales de la teoría que usamos para el diseño de las tareas

Agradecimientos

Los participantes de este estudio fueron maestros en formación del Programa de Licenciatura en Matemáticas, a los participantes en el Club de Matemáticas y las instituciones educativas en donde realizan sus prácticas

Referencias

- Aguirre, J., Mayfield-Ingram, K., y Martin, DB (2013). El impacto de la identidad en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en los grados K-8: replanteamiento de las prácticas basadas en la equidad . Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, Incorporated.
- Aroca, Armando. (2022). La producción bibliográfica de Paulus Gerdes The bibliographic production of Paulus Gerdes
- Bishop, AJ (1998). Investigación, eficacia y el mundo de los profesionales. En Educación matemática como ámbito de investigación: una búsqueda de identidad: Libro de estudio del ICMI 1. Libro de estudio del ICMI 2 (pp. 33-45). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de profesores de matemáticas desde la Etnomatemática: estado de desarrollo. *BOLEMA: Boletim de educação matemática*, 31(58), 564-589.
- Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A & Cruz, V. (2013). Matemáticas para la educación Normal. Guía para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría y la medición. Pearson Educación. México.
- Cabañas, G. Cantoral, R. (2007). La conservación en el estudio del área. En Cantoral, R., Covián, O, Farfán, R. Lezama, J, y Romo, A. (Eds.), investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano (pp. 129-226). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. – Díaz de Santos.
- D'Ambrosio, U.: 1983, 'Éxitos y fracasos de los programas de matemáticas en las últimas dos décadas: Un punto de vista de una sociedad en desarrollo en un marco holístico', en Actas del Cuarto Congreso Internacional de Educación Matemática, Boston, págs. 362-364.
- Gerdes, P. (2012). Ideias matemáticas originárias da África e a educação matemática no Brasil. *Revista Tópicos Educacionais*, 18(1-2), 139-158.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). El enfoque en la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de la Pontificia Universidad católica de Valparaíso.
- I Pastells, Á. A. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, (86), 5-28.
- Isoda, M., Arcavi, A. y Mena, A. (2007). El estudio de clases Japonés en Matemáticas. Ediciones Universitarias de Valparaíso. Valparaíso.

Martínez Rodríguez, M., García Borbón, M., Chavarria Vasquez, J., & Gavarrete Villaverde, M. E. (2020). El papel de la Etnomatemática en la Acción Pedagógica: reflexiones sobre la visión sociocultural de las matemáticas a través de la voz de los docentes.

Ministerio de Educación Nacional (2004). Estándares básicos de calidad para el área de matemáticas. Bogotá

Ministerio De Educación Nacional. (2007). Mejoramiento del sistema de enseñanza de docentes de matemáticas y ciencias naturales. CONVENIO MEN – JICA 2003 – 2008.